Министерство образования Московской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Московской области «Авиационный техникум имени В.А. Казакова»

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УМР
_______________М.В.Иванова

Цикловая комиссия "общеобразовательных и естественнонаучных дисциплин"

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА УРОКА
по теме «Призма»

по дисциплине Математика

для студентов 1 курса

специальности 11. 02. 01 "Радиоаппаратостроение"
09. 02. 06 "Сетевое и системное администрирование"
25.02.06. "Производство и обслуживание авиационной техники"

РАССМОТРЕНО
на заседании предметно-цикловой комиссии "общеобразовательных и естественнонаучных дисциплин"

СОСТАВИЛ:

Преподаватель
И. В.Тарантина __________

Председатель ПЦК:
__________________ В.Н. Басенкова

г. Жуковский, 2020

Пояснительная записка

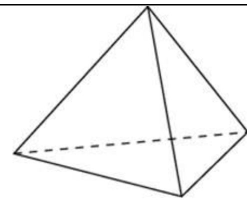
Содержание урока по теме "Призма" по математике, проводимого в дистанционном формате, определено на основе Федерального компонента государственного стандарта среднего общего образования базового уровня (Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования. \\ Приказ Минобразования России от 05.03.2004 г. №1089 (с изменениями и дополнениями от 07. 06. 2017 г.).

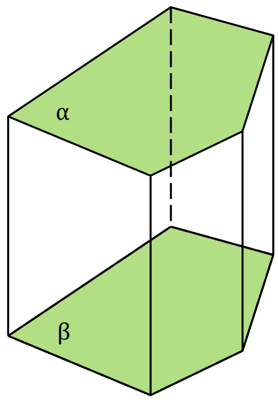
В разработке представлены слайды и сценарий урока. Приведены две задачи с решениями.

Время для проведения урока 40 минут.

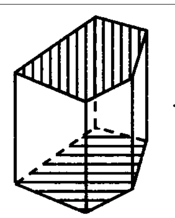
В разработке использованы материалы Учебного центра "Инфоурок".

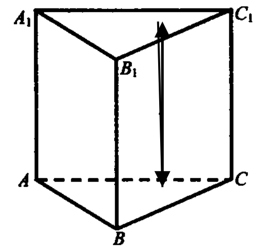
Содержание урока

Продолжаем знакомство с многогранниками. Многогранник – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая геометрическое тело.	

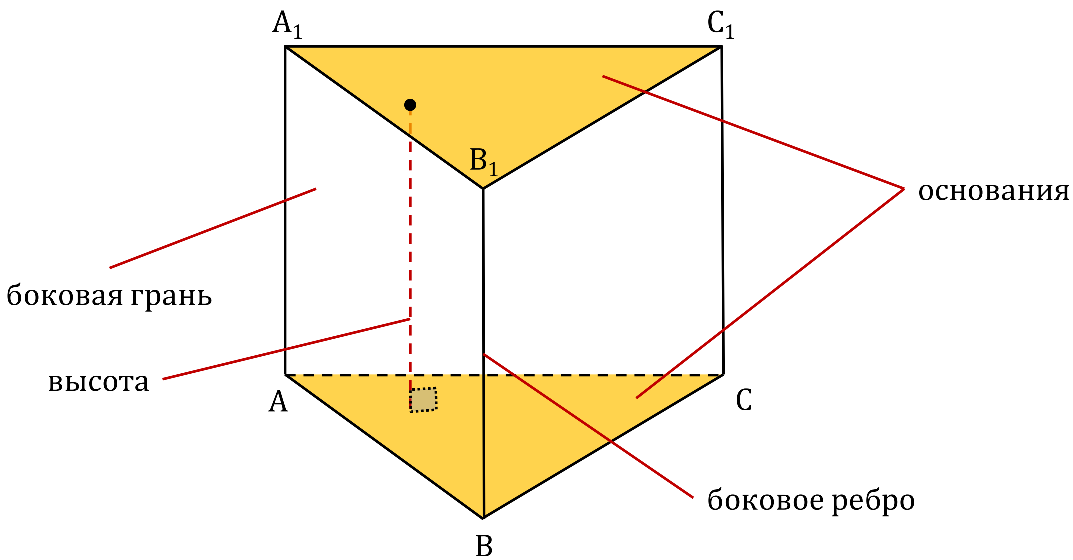


Многогранник, составленный из параллелограммов и двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях называется **призмой**

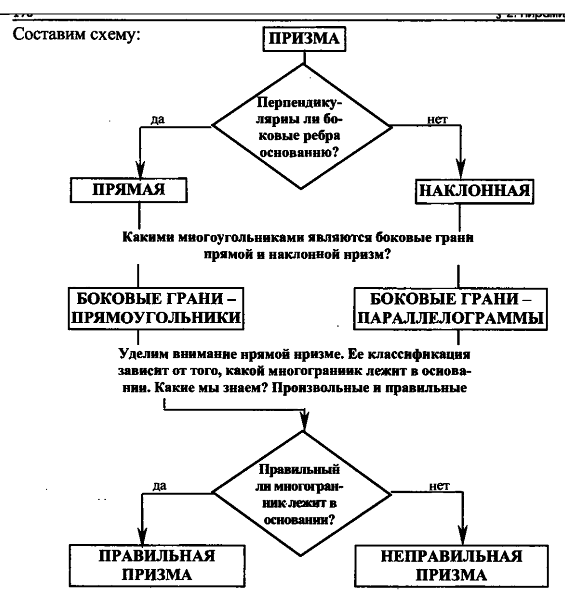
Представим два равных между собой многоугольника, которые расположены в параллельных плоскостях и соединим соответственные вершины этих многоугольников. Видно, что получившиеся отрезки параллельны, а каждый из образовавшихся четырёхугольников является параллелограммом, так как имеют попарно параллельные противоположные стороны.	 (лучше выполнять построение чертежа последовательно, согласно выделенным словам)

<table>
<tr>
<td>Такой многогранник, составленный из параллелограммов и двух равных многоугольников, расположенных в параллельных плоскостях, называется призмой.
Равные многоугольники называют основаниями, а параллелограммы – боковыми гранями.
Отрезки, соединяющие соответственные вершины, это боковые рёбра.
Если в основании призмы лежит треугольник, то призма называется треугольной.
Высотой призмы называется перпендикуляр, проведённый из любой точки основания к плоскости другого.</td>
<td>Призма.


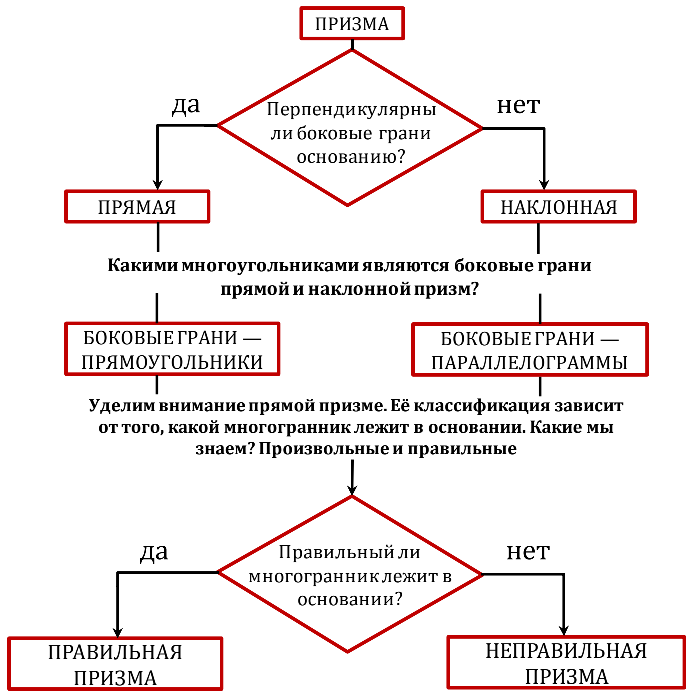
(желательно сопоставлять выделенным словам выделяемый элемент чертежа)</td>
</tr>
</table>

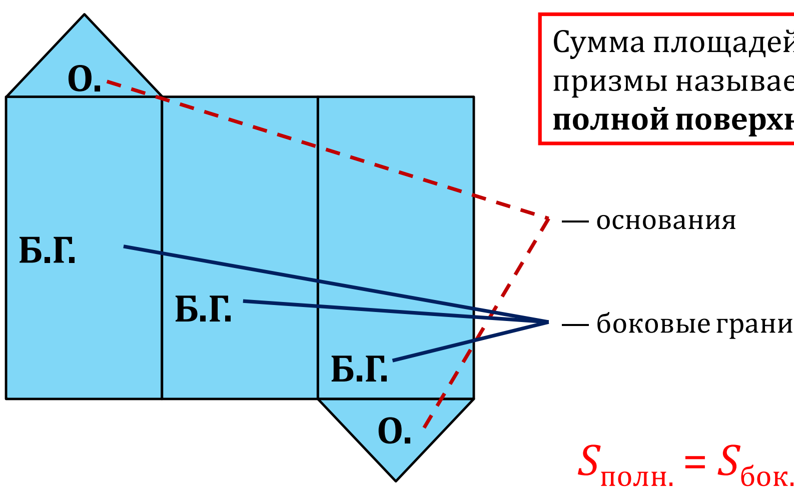


$ABCA_1B_1C_1$ — треугольная призма

<table>
<tr>
<td>В случае, если боковые рёбра не перпендикулярны основаниям, то призма называется наклонной. В противоположном случае-прямой, в такой призме боковые рёбра будут одновременно и высотами.
Боковые грани прямой призмы являются прямоугольниками.
Боковые грани наклонной призмы являются параллелограммами.
Если в основании призмы лежит правильный многоугольник(стороны и углы равны), то призма называется правильной, в противном случае-неправильной.</td>
<td>

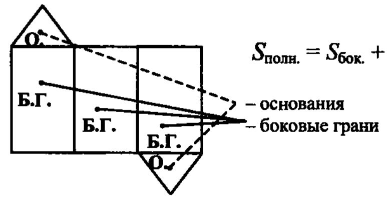
(схему выстраивать последовательно, сопоставляя проговариваемым словам).</td>
</tr>
</table>





Сумма площадей всех граней призмы называется **площадью полной поверхности**

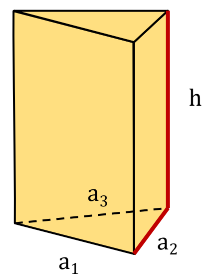
$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

Сумма площадей всех граней призмы называется площадью полной поверхности. Сумма площадей только боковых граней призмы называется площадью боковой поверхности. Несложно выяснить, что площадь полной поверхности равна сумме площадей боковой поверхности и площади оснований.	 $S_{полн.} = S_{бок.} + 2S_{осн.}$

Боковыми гранями прямой призмы являются прямоугольники, поэтому площадь боковой поверхности равна сумме площадей этих прямоугольников. Известно, что площадь прямоугольника равна произведению стороны а на высоту h. Высоты h прямоугольников являются и высотами h призмы. Вынесем общий множитель h за скобку, в скобке осталась сумма сторон а основания призмы. Данная сумма это есть периметр основания. Таким образом мы доказали теорему о том, что **площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению высоты призмы на периметр её основания.**	$S_{бок.} = a_1 \cdot h + a_2 \cdot h + a_3 \cdot h + \quad \ldots \quad a_n \cdot h = \underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n)}_{P_o} \cdot h \Rightarrow$ $\Rightarrow \boxed{S_{бок} = P_{осн.} \cdot h}$

Теорема

Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению **высоты призмы** на **периметр** её **основания**



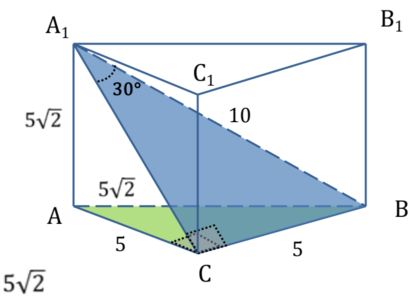
$$S_{бок.} = a_1 \cdot h + a_2 \cdot h + a_3 \cdot h + \dots a_n \cdot h =$$

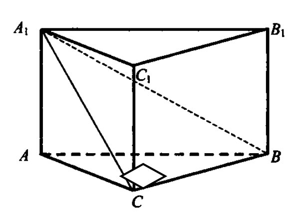
$$= \underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots an)}_{P_{осн.}} \cdot h \Rightarrow$$

$$\boxed{\Rightarrow S_{бок.} = P_{осн.} \cdot h}$$

Задача 1

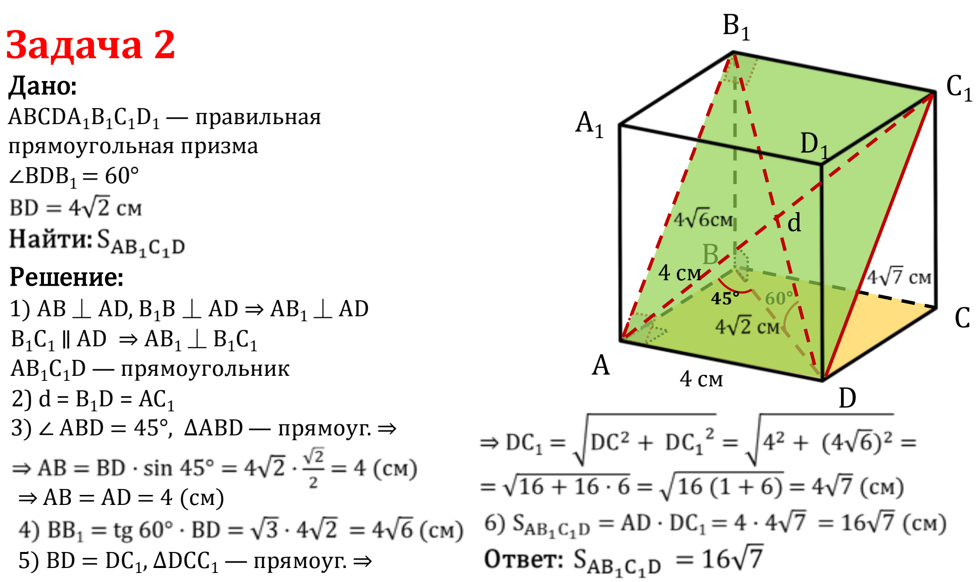
Дано:
$ABCA_1B_1C_1$ — прямая треугольная призма
$\angle ACB = 90°, \angle BA_1C = 30°$
$A_1B = 10,\ AC = 5$
Найти: $S_{бок.}$
Решение:
1) $A_1C \perp BC \Rightarrow \Delta A_1BC$ — прямоуг.
2) $BC = \frac{1}{2}A_1B = 5$
3) $AB = \sqrt{BC^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
4) $AA_1 = \sqrt{A_1B^2 - AB^2} = \sqrt{100 - 50} = 5\sqrt{2}$
5) $S_{бок.} = AA_1(AB + BC + AC) = 5\sqrt{2}\,(5\sqrt{2} + 5 + 5) =$
$= 50 + 50\sqrt{2} = 50\,(1 + \sqrt{2})$
Ответ: $S_{бок.} = 50\,(1 + \sqrt{2})$

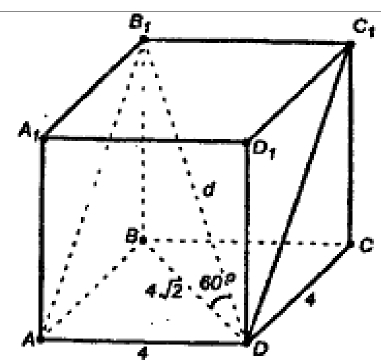


Задача 1. В основания прямой призмы $ABCA_1$ B_1 C_1 лежит прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. Через сторону BC и вершину A_1 проведена плоскость так, что угол BA_1 C равен 30 градусов, A_1B равна 10, AC равна 5.Найти площадь боковой поверхности призмы. Прежде чем приступить к решению	 Дано: $ABCA_1B_1C_1$-прямая треугольная призма, $<C=90^0$, $<BA_1\ C=30^0$, $A_1\ B=10$, AC=5. Найти: $S_{бок}$

задачи необходимо провести её краткий анализ: площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению высоты призмы на периметр её основания,а это стороны: АС, ВС, АВ и высота AA_1.Из условия известна длина только отрезка АС, поэтому прежде чем приступить к решению задачи, необходимо определить недостающие данные, а это ВС, АВ и AA_1. Решение: 1.По теореме о трёх перпендикулярах отрезок A_1C перпендикулярен ВС, таким образом треугольник A_1BC прямоугольный. 2.Известно, что катет лежащий против угла в 30 градусов равен половине гипотенузы, значит катет ВС равен половине гипотенузы A_1B, то есть равен 5. 3.Теперь нам известна сторона ВС равная 5, АС равна 5 по условию, и мы можем найти АВ по теореме Пифагора из прямоугольного треугольника АВС: $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ 4.Из прямоугольного треугольника A_1 АВ так же по теореме Пифагора находим AA_1:	<u>Решение:</u> 1.$A_1C\perp BC$(по т.т.п.)$\rightarrow\Delta$ A_1BC-прямоугольный. 2. $BC=A_1B=5$(катет лежащий против угла 30^0). 3. ΔABC-прямоугольный, по теореме Пифагора: $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ 4.Δ. A_1 АВ-прямоугольный, по теореме Пифагора: $AA_1=\sqrt{A_1B^2-AB^2}=\sqrt{100-50}=5\sqrt{2}$ 5. $S_{бок}=AA_1(AB+BC+AC)=5\sqrt{2}(5\sqrt{2}+5+5)=50+50\sqrt{2}=$ $50(1+\sqrt{2})$ <u>Ответ:</u> $S_{бок}=50(1+\sqrt{2})$

$AA_1=\sqrt{A_1B^2-AB^2}=\sqrt{100-50}=5\sqrt{2}$ 5.Таким образом, все неизвестные величины найдены, и мы можем приступить к нахождению площади боковой поверхности призмы $S_{бок}=AA_1(AB+BC+AC)$ $=5\sqrt{2}(5\sqrt{2}+5+5)=50+50\sqrt{2}$ Общий множитель 50 можно вынести за скобку Отсюда $S_{бок}=50(1+\sqrt{2})$ Ответ: $S_{бок}=50(1+\sqrt{2})$	



Задача 2. Диагональ правильной прямоугольной призмы наклонена к плоскости основания под углом 60 градусов. Найти площадь сечения, проходящего через противолежащую сторону верхнего	

основания и через сторону нижнего основания , если известно, что диагональ основания равна $4\sqrt{2}$ см.	Дано: $ABCDA_1 B_1 C_1 D_1$-правильная прямоугольная призма, $<BDB_1=60^0$, $BD=4\sqrt{2}$см Найти: S_{AB1C1D}
Решение: 1.Так как отрезок АВ перпендикулярен АД и B_1B перпендикулярен АД, то по теореме о трёх перпендикулярах AB_1 перпендикулярен АД. Вместе с тем отрезок B_1C_1 параллелен АД, значит AB_1 перпендикулярен B_1 C_1, значит искомое сечение AB1C1D является прямоугольником. *Для того, что бы найти площадь сечения достаточно найти стороны АД и $ДС_1$.*	Решение: 1.$AB\perp AD$, $B_1 B\perp AD \rightarrow AB_1\perp AD$(по т.т.п.) $B_1C_1 \parallel AD \rightarrow AB_1\perp B_1C_1$ $AB_1 C_1 D$-прямоугольник.
2.Пусть диагональ призмы d.Данный многогранник является прямоугольным параллелепипедом, диагонали которого равны, поэтому $d=B_1Д=AC_1$.	2. $d=B_1 D =AC_1$.
3.В основании лежит правильный четырёхугольник- квадрат, диагонали которого являются биссектрисами углов, значит угол АВД равен 45 градусов. Из прямоугольного треугольника АВД по определению синуса (отношение противолежащего катета к гипотенузе) находим АВ как произведение ВД на синус 45 градусов. $AB=BД*\sin\ 45^0=4\sqrt{2}*\frac{\sqrt{2}}{2}=4$см, ABCD-	3.ABCD-квадрат, BD-биссектриса→ $< ABD=45^0$ Δ ABD-прямоугольный, $AB=BD*\sin 45^0=4\sqrt{2}*\frac{\sqrt{2}}{2}=4$см AB=AD=4 см

квадрат, поэтому АВ=АД.	
4.Из прямоугольного треугольника $ВВ_1Д$ находим $ВВ_1$ с помощью определения тангенса(отношение противолежащего катета к прилежащему): BB_1 =tg 60^0*BD=√3*4√2=4√6 см	4. BB_1 =tg 60^0*BD=√3*4√2=4√6 см
5.Призма правильная, поэтому все её грани равны, соответственно диагонали граней так же равны между собой, поэтому ВД=$ДС_1$. Из прямоугольного треугольника $ДСС_1$ по теореме Пифагора найдем $ДС_1$=√$ДС^2$+$ДС_1{}^2$=√4^2+$(4√6)^2$=√16+16*6= √16(1+6) =4√7см	5.BD=DC_1 ΔDCC_1-прямоугольный, по теореме Пифагора: DC_1=√DC^2+$DC_1{}^2$=√4^2+$(4√6)^2$=√16+16*6=√16(1+6)=4√7см
6.Таким образом неизвестные отрезки АД и $ДС_1$ известны, мы можем найти площадь сечения: S_{AB1C1D}=АД*$ДС_1$=4*4√7=16√7 см Ответ: S_{AB1C1D}=16√7 см	6.S_{AB1C1D}=AD*DC_1=4*4√7=16√7 см Ответ: S_{AB1C1D}=16√7 см

Информационное обеспечение

Основные источники:

1. М. И. Башмаков   Математика Учебник   Академия 2017

2. М. И. Башмаков Математика Задачник Академия 2017

Дополнительные источники:

1. Атанасян Л. С. Геометрия 10, 11 класс М 2011

2. Богомолов Н. В. Практические занятия по математике: учебное пособие/ Изд. 10-е, переработанное М. Высшая школа, 2011 - 495 с.

3. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике / М. Я. Выгодский. – Изд. 14-е. – М. :Джангар : Большая медведица, 2001. – 864 с.

Интернет-ресурсы:

1. Электронный ресурс «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». http://window.edu.ru

2. Электронный ресурс «Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов». http://fcior.edu.ru

3. Электронный ресурс " Издательский центр "Академия" http://www.academia-moscow.ru