Министерство образования Московской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Московской области «Авиационный техникум имени В.А. Казакова»

УТВЕРЖДАЮ
Зам. директора по УМР
_______________М.В.Иванова

Цикловая комиссия «Производство летательных аппаратов»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

по дисциплине **по дисциплине ОП.02 Техническая механика**

для студентов 2,3 курса

специальности 25.02.06 Производство и обслуживание авиационной техники

РАССМОТРЕНО
на заседании цикловой комиссии

СОСТАВИЛ:

Н.Ю.Лепинд_____________

Председатель ЦК:
____________________ Сафонова С.В.

г. Жуковский, 2020

Введение

Цель данного пособия – помочь студентам глубже разобраться в разделах теоретической механики «Кинематика» и «Динамика», научить применять представленные методы решения к практическим задачам.

Методическое пособие построено в соответствии с программой, утвержденной для учащихся средних специальных учебных заведений, предполагающей небольшое количество часов для изучения данного раздела. Актуальность пособия заключена в том, что студент при желании может индивидуально подойти к изучению некоторых тем раздела, закрепив свои знания на практике.

Методическое пособие содержит теоретический материал к каждой теме, после изучения которой студенты должны решить задачи и выполнить многовариантные тесты.

Тематика и содержание задач отражают реальные вопросы техники, связанные со специальностями колледжа.

Система контроля в методическом пособии представлена таким образом, что без детального изучения теоретического материала каждой темы невозможно дать правильный ответ при решении задачи или теста. В конце каждой темы даны несколько типов заданий для проверки полученных знаний, контрольные вопросы, которые имеют альтернативные ответы, требующие более детального изучения теоретического материала.

Методическое пособие для самостоятельной работы студентов может быть использовано на уроках для проверки знаний, для закрепления полученных знаний, умений и навыков на уроках технической механики, а также для самостоятельного изучения раздела технической механики «Кинематика. Динамика».

Данное пособие может быть использовано в качестве электронного пособия для дистанционного обучения.

Кинематика

Введение

Кинематика – часть теоретической механики, в которой изучаются законы движения материальных тел без учета их масс и действующих на них сил.

В кинематике изучаются законы движения материальных точек и твердых тел с чисто геометрической стороны. Законом движения точки или тела можно назвать такую совокупность математических образов и уравнений, которая в любой момент времени позволяет установить, где находится точка или тело, куда и как они движутся. При этом в кинематике не рассматриваются вопросы, почему точка или тело двигается именно так, а не иначе. Эти вопросы рассматриваются в разделе «Динамика».

Прежде чем решить задачу по кинематике, необходимо выяснить следующее:

а) можно ли данный в задаче предмет рассматривать как материальную точку или его нужно считать твердым телом;

б) в какой форме закон движения задан в задаче.

Необходимость выяснения первого положения вызывается тем, что законы движения материальных точек (предметов, формой и размерами которых можно пренебречь) и законы движения твердых тел (предметов, состоящих из множества материальных точек), как правило, отличаются друг от друга.

Механизмом называется совокупность связанных между собой тел, имеющих определенные движения. Механизмы служат для преобразования или передачи движения. **Машина есть механизм или сочетание механизмов**, осуществляющих определенные целесообразные движения для преобразования энергии, изменения формы, свойств, состояния и положения предмета труда или для сбора, переработки и использования информации.

Простейшей частью механизма является **звено. Звено** – это одно тело или неизменяемое сочетание тел. Два звена, соединенные между собой и допускающие относительное движение, называются **кинематической парой.**

Кинематические пары бывают **низшие и высшие.** Звенья низших пар соприкасаются по поверхностям (поступательные, вращательные, винтовые пары), звенья высших пар соприкасаются по линиям и точкам (зубчатые пары, подшипники качения**)**

Совокупность кинематических пар называется **кинематической цепью**. Кинематические пары и цепи могут быть **плоскими и пространственными.**

Механизм получается из кинематической цепи путем закрепления одного из звеньев. Это неподвижное звено называется **станиной или стойкой**.

Звен ается **кривошипом**. Звено, кач **лансиром или ко-**

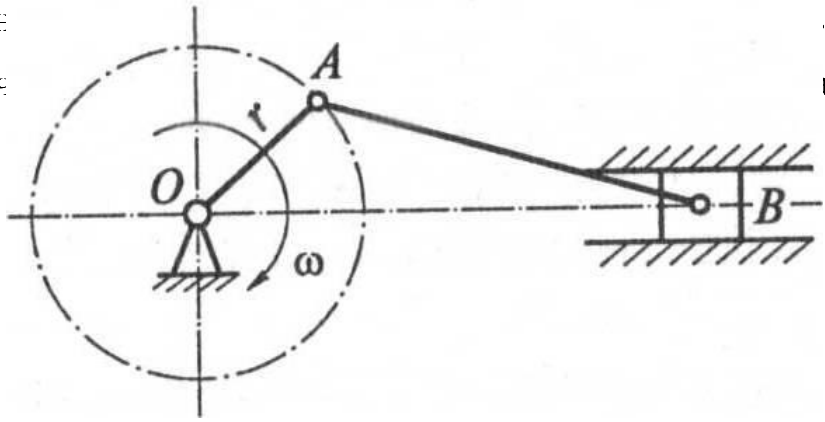


Рис.1

ромыслом. Звено, совершающее сложное движение параллельно какой-нибудь плоскости, называется **шатуном.** Звено, движущееся возвратно-поступательно, называется п**олзуном**. Звено, выполненное в виде рейки с пазом, называется **кулисой**, в пазу скользит **камень кулисы**.

Звено, которому извне сообщается определенное движение, называется **ведущим**. Остальные подвижные звенья называются **ведомыми.**

Рассмотрим широко распространенный кривошипно-шатунный механизм (рис.1) Этот механизм служит для преобразования вращательного движения в возвратно-поступательное (в компрессорах, насосах) или, наоборот, для преобразования возвратно-поступательного движения во вращательное (в ДВС). Он состоит из четырех звеньев: кривошипа ОА, шатуна АВ, ползуна АВ, станины и четырех кинематических пар: вращательной пары станина – кривошип, вращательной пары кривошип – шатун, вращательной пары шатун – ползун и поступательной пары ползун – станина.

Способы задания движения точки

Траекторией точки называется множество положений движущейся точки в рассматриваемой системе отсчета. В зависимости от формы траектории движение точки бывает двух видов: **прямолинейное и криволинейное**. Рассмотри два способы задания движения точки: **естественный и координатный**.

Естественный способ заключается в том, что движение точки задается ее траекторией и уравнением движения по этой траектории (законом движения)

Уравнение движения в общем виде записывается следующим образом: S= f(t), где S – расстояние точки от начального положения, являющееся функцией времени; t- время движения точки от начального момента.

Зная траекторию точки и уравнение движения по этой траектории, можно определить положение точки в любой момент времени.

Путь, пройденный точкой, совпадает с расстоянием от начала отсчета лишь тогда, когда точка все время движется в одном направлении и начало ее движения совпадает с налом отсчета.

Координатный способ заключается в том, что движение точки задается движением ее проекций вдоль осей координат. Уравнения плоского движения записываются так:

$$\begin{cases} X = f(t), \\ Y = f_1(t) \end{cases}$$

Для того чтобы при координатном способе задания движения точки определить уравнение траектории y=f(x), необходимо из уравнения движения исключить время. Единица длины – метр, единица времени – секунда.

Скорость и ускорение точки

Величина, характеризующая в каждый момент времени направление и быстроту движения точки, называется **скоростью.** Вектор скорости всегда направлен вдоль касательной в ту сторону, куда движется точка. Числовое значение скорости в любой момент времени выражается производной от расстояния по времени v= ds/dt или v = f '(t).

Истинная скорость при любом движении точки равна первой производной координаты по времени. Движение, в котором скорость с течением времени возрастает, называется **ускоренным;** движение, в котором скорость с течением времени убывает, - **замедленным.**

Пример 1.

Поезд движется согласно уравнению s=0,1 t^2 +t, где t – в сек, s – в метрах. Определить среднюю скорость поезда за промежуток времени между 10-й и 20 –й сек и истинную скорость в конце 20 секунды.

Решение. Для определения средней скорости поезда найдем приращения времени и пути за указанный промежуток времени: $\Delta t = t_2 - t_1 = 20 - 10 = 10$с

$\Delta s = s_2 - s_1 = (0{,}1\, t_2^2 + t_2) - (0{,}1\, t_1^2 + t_1) = (0{,}1 * 20^2 + 20) - (0{,}1 * 10^2 + 10) = 40$ м

Средняя скорость поезда определяется так: $V_{ср} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{40}{10} = 4 м/с$

Для определения истинной скорости поезда продифференцируем уравнение движения по времени. В результате чего получим формулу, выражающую зависимость истинной скорости от времени: $V = \frac{ds}{dt} = \frac{d(0{,}1t^2 + t)}{dt} = 0{,}2t + 1$

Подставив в это выражение время t_2, получим значение истинной скорости в конце 20 секунды: $v_{20} = 0{,}2\, t_2 + 1 = 0{,}2 * 20 + 1 = 5$ м/с

Решить самостоятельно по вариантам.

Вариант 1

Точка движется по закону **S= 0,1 t^3 -0,3 t^2 +6t.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 3 секунд до 15 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 15 с.

Вариант 2.

Точка движется по закону **S= 0,2 t^3 -0,3 t^2 +6t.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 3 секунд до 15 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 15 с.

Вариант 3.

Точка движется по закону **S= 0,3 t^3 -0,3 t^2 +8t.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 4 секунд до 14 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 14 с.

Вариант 4.

Точка движется по закону **$S = 0{,}4t^3 - 0{,}5\,t^2 + 8t$.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 3 секунд до 14секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 14 с.

Вариант 5.

Точка движется по закону **$S = 0{,}5\,t^3 - 0{,}6\,t^2 + 9t$.**Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 6 секунд до 12 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 12 с.

Вариант 6.

Задача 1.

Точка движется по закону **$S = 0{,}6\,t^3 - 0{,}2\,t^2 + 5t$.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 2 секунд до 16 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 16 с.

Вариант 7

Точка движется по закону **$S = 0{,}1\,t^3 - 0{,}4\,t^2 + 10t$.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 5 секунд до 12 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 12 с.

Вариант 8

Точка движется по закону **$S = 0{,}2\,t^3 - 0{,}2\,t^2 + 5t$.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 2 секунд до 17 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 17 с.

Вариант 9

Задача 1.

Точка движется по закону **$S = 0{,}1\,t^3 - 0{,}6\,t^2 + 10t$.** Определить среднюю скорость и ускорение в промежутке времени от 5 секунд до 12 секунд, мгновенную скорость и ускорение в конце 12 с.

Тест №1 Основные понятия кинематики

Вариант 1

1. Какое движение называется механическим?
2. Что изучает механика?
3. Что изучает кинематика?
4. Что изучает динамика?
5. Что изучает статика?
6. Что называется материальной точкой?
7. Поему движение всегда является относительным?
8. Почему покой, рассматриваемый в механике, всегда является относительным?

№ отв.	Ответы
	…движение тела с учетом причин, вызывающим движение
	…различные виды механического движения без учета причин, вызывающих это движение
	…тело, обладающее ничтожной массой и ничтожно малыми размерами
	…движение одного тела всегда рассматривается относительно другого, которое условно принимается за неподвижное
	…условия равновесия тел, находящихся под действием сил
	… тело, размерами и формой которого пренебрегают в рассматриваемой задаче. Принимая его за точку, в которой сосредоточена вся масса этого тела.
	…перемещение одного тела относительно другого или перемещение одних частей тела относительно других
	…потому что движение тела всегда рассматривается относительно поверхности Земли, которая считается неподвижной
	…абсолютно неподвижных тел нет; все тела, находящиеся в природе, движутся

	…различные виды механического движения, причины возникновения этого движения и условия относительного покоя

Вариант 2

1. Что называется траекторией движения?
2. Какие различают виды движения материальной точки?
3. Какие величины называются скалярными?
4. Какие примеры скалярных величин вы знаете?
5. Какие величины называются векторными?
6. Как графически изображаются векторные величины?
7. От чего зависит длина вектора при неизменном масштабе?
8. Какие примеры векторных величин вы знаете?

№ отв.	Ответы
	…равномерное прямолинейное, переменное прямолинейное, переменное криволинейное
	…величины, которые характеризуются не только числовым значением, но и направлением
	…направленным отрезком прямой, длина которого пропорциональна числовому значению вектора
	…равномерное прямолинейное, переменное прямолинейное, равномерное криволинейное, переменное криволинейное
	…пропорциональна числовому значению вектора
	…отрезком прямой, длина которого пропорциональна числовому значению вектора
	…величины, которые характеризуются только числовым значением
	…линия, описываемая материальной точкой при своем движении
	…скорость, ускорение, сила и др.
	…время, масса, путь, площадь, объем, температура и др.

Ускорение точки

Ускорение точки в данный момент времени характеризует быстроту изменения скорости. Скорость - вектор, и, следовательно, изменение скорости может происходить по двум признакам:

— по числовой величине (по модулю);

— по направлению.

Быстрота изменения модуля скорости характеризуется **касательным ускорением** $\mathbf{a_t}$ - составляющей полного ускорения *a*, направленной по касательной к траектории (рис. 2).

Числовое значение касательного ускорения в общем случае определяется по формуле $a_t = \dfrac{dV}{dt} = f''(t)$

Быстрота изменения направления скорости характеризуется **нормальным (центростремительным) ускорением** $\boldsymbol{a_n}$ – составляющей полного ускорения *a*, направленного по нормали к траектории в сторону центра кривизны (рис.2).

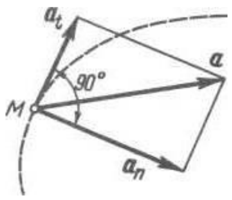


Рис. 2

Числовое значение нормального ускорения определяется в общем случае по формуле a_n=v^2 /ρ, где v – модуль скорости точки в данный момент; ρ- радиус кривизны траектории в месте, где находится точка в данный момент времени.

После того, как определены касательная и нормальное ускорение, легко определить и ускорение *a* (полное ускорение точки). Так как касательная и нормаль взаимно перпендикулярны, то числовое значение ускорения можно определить при помощи теоремы Пифагора: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

Направление можно определить, исходя из тригонометрических соотношений, по одной из следующих формул:

$\sin\alpha = \frac{a_n}{a}\,a_n/a;\;\; \cos\alpha = \frac{a_t}{a};\; tg\alpha = \frac{a_n}{a}$

Касательное и нормальное ускорения точки являются главными кинематическими величинами, определяющими вид и особенности движения точки.

Наличие касательного ускорения или его отсутствие определяют соответственно **неравномерность или равномерность движения точки.**

Наличие нормального ускорения или его отсутствие определяют **криволинейность или прямолинейность движения точки.**

Движение точки можно классифицировать так:

1) равномерное прямолинейное (a_t=0 и a_n=0);
2) равномерное криволинейное (a_t=0 и $a_n \neq 0$);
3) неравномерно прямолинейное ($a_t \neq 0$ и a_n=0);
4) Неравномерное криволинейное ($a_t \neq 0$ и $a_n \neq 0$).

Таким образом, движение точки классифицируется по двум признакам**: по степени неравномерности движения и по виду траектории.**

Степень неравномерности движения точки задана уравнением s= f(t), а вид траектории задается непосредственно.

Равномерное прямолинейное движение

Если a_t =0 и a_n=0, то вектор скорости остается постоянным (v=const), т.е. не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Такое движение называется **равномерным прямолинейным.** Уравнение равномерного движения имеет вид $s= s_0 +vt$ или в частном случае, когда начальное расстояние равно 0 (S_0=0), s= vt

Пример 2.

Точка, совершая равномерное и прямолинейное движение, проходит прямолинейный участок траектории АВ, равный 60 м за 30 сек. Простояв затем 10 сек на месте, точка возвращается в исходное положение со скоростью 3 м/сек. Сколько всего времени проходит от начала движения точки до ее возвращения в исходное положение? Какой путь проходит точка?

Решение.

1. Расстояние от А до В, равное $S_{ав}$=60м, равномерно пройдено за $t_{ав}$ = 30 сек. В дано м случае начальное расстояние s_0= 0, поэтому из уравнения S= vt находим скорость точки на участке АВ:

$V_{ав}= S_{ав} / t_{ав}= 60 /30=2$ м/с

2.Точка находится в покое в течение времени $t_{bb1}= 10$ с

3.Точка возвращается в исходное положение, пройдя расстояние от В до А $S_{ва} = 60$ м со скоростью $V_{ва} = 3$ м/с за время $t_{ва} = \frac{S_{ва}}{V_{ва}} = \frac{60}{3} = 20c$

4. Время от начала движения до момента возвращения в исходное положение равно: $t_{ав}+ t_{вв1}+ t_{ва}= 30+10+20=60$ сек=1 мин

5. Путь, пройденный точкой за это время, $S=S_{ва}+S_{ва}= 60+60=120$м

6. Построим теперь график перемещения и скорости точки с одинаковым масштабом по оси времени.

Тест №2 Равномерное и переменное движение

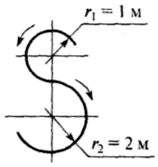
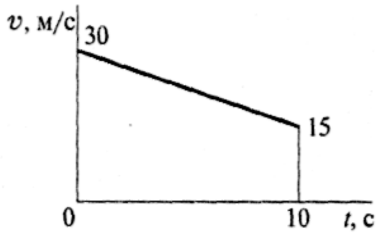
Ответ на вопрос может быть в варианте ответов №1 и в варианте ответов №2

1. Какое движение тела называется поступательным?
2. Какое движение тела называется равномерным?
3. Что называется скоростью равномерного движения?
4. Какое движение тела называется переменным?
5. Какое движение тела называется равнопеременным?
6. Что называется средней скоростью переменного движения?
7. Что называется мгновенной скоростью переменного движения?
8. Что называется ускорением?
9. В каких единицах измеряется скорость в СИ?
10. В каких единицах измеряется угловая скорость в СИ?

№ отв.	Ответы вар.1	№ отв.	Ответы вар. 2
	…скорость, которую будет иметь тело, если его движение станет равномерным		…величина, измеряемая отношением пути ко времени, за которое пройден этот путь
	…при котором любая прямая, жестко связанная с телом. перемещается параллельно самой себе		…при котором тело за равные промежутки времени проходит равные пути

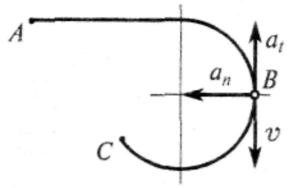
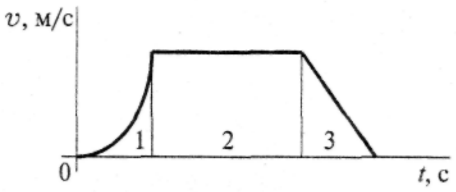
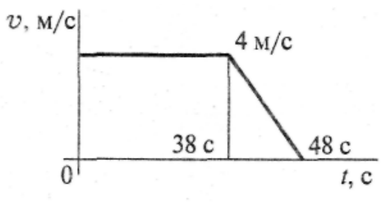
	…скорость такого равномерного движения. у которого путь и время одинаковы с переменным движением		…скорость такого движения, при котором за единицу времени тело проходит путь в 1 м
	…ускорение такого равнопеременного движения, при котором скорость изменяется на 1 м/с за 1 с		…такая скорость, которую будет иметь тело, если начиная с данного момента его движение станет равномерным
	…величина, измеряемая отношением изменения скорости к тому отрезку времени, за которое произошло это изменение		При котором скорость за любые промежутки времени изменяется на одну и ту же величину
	…при котором все точки тела движутся по параллельным прямым		…скорость такого равномерного движения, при котором путь в 1 м проходится за 1 с
	…скорость такого движения, у которого путь и время одинаковы с переменным движением		…при котором тело за равные промежутки времени проходит неодинаковые расстояния
	…ускорение такого движения, при котором скорость за единицу времени изменяется на 1 м/с		…при котором тело за любые равные промежутки времени проходит равные пути

Тест № 3 КИНЕМАТИКА вариант 1

Вопросы	Ответы	Код
1. Точка движется по траектории, имеющей вид восьмерки, согласно уравнению $S=f\{t)$. Как изменит-ся a_n в момент перехода с верхней окружности на  нижнюю?	a_n увеличится в 2 раза	1
	a_n уменьшится в 2 раза	2
	a_n увеличится в 4 раза	3
	a_n уменьшится в 4 раза	4
2. Точка движется согласно уравнению $S=2 + 0{,}1t^2$ Определить вид движения точки	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
3. Точка движется по дуге *AB* согласно уравнению $S=0{,}1\ t^3 +0{,}3t$. Определить начальную скорость и полное ускорение через 2 с движения, если радиус дуги 0,45 м	V_0=0,1 м/с; a=5,14 м/с^2	1
	V_0=3 м/с; a=1,2 м/с^2	2
	V_0=0,3 м/с; a=5,14 м/с^2	3
	V_0=0,3 м/с; a=5м/с^2	4
4. По графику скоростей точки определить путь, пройденный за время движения 	S=75 м	1
	S=12 м	2
	S=175 м	3
	S=225 м	4
5. Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя 10 с, достигло скорости 50 м/с. Определить путь, пройденный телом за это время	S=200 м	1
	S=250 м	2
	S=285 м	3

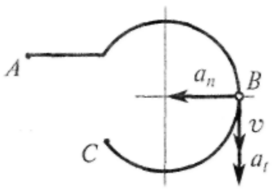
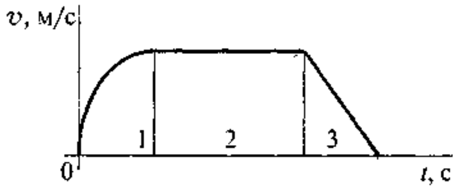
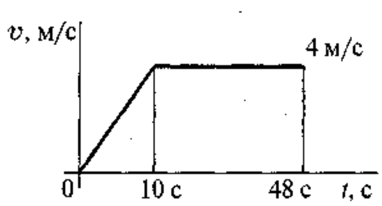
	S=315 м	4

Тест № 3 КИНЕМАТИКА вариант 2

В о п р о с ы	О т в е т ы	Код
1. Точка движется по линии *АВС* и в момент *t* занимает положение *В*. Определить вид движения точки 	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
2. По графику скоростей определить вид движения на участке 3 	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
3. Автомобиль движется по круглому арочному мосту r = 100 м согласно уравнению $S=10t+t^2$ Определить полное ускорение автомобиля через 3 с движения	2 м/с^2	1
	4 м/с^2	2
	3,24 м/с^2	3
	6,67 м/с^2	4
4. По графику скоростей точки определить путь, пройденный за время движения 	S=92 м	1
	S=132 м	2
	S=172 м	3
	S=192 м	4
5. Тело, двигаясь из состояния покоя равноускоренно, достигло скорости v = 10 м/с за 25 с. Определить путь, пройденный телом за это время	S=125 м	1
	S=625 м	2
	S=1250 м	3

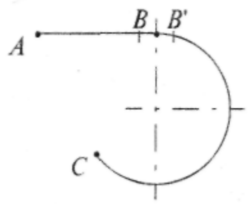
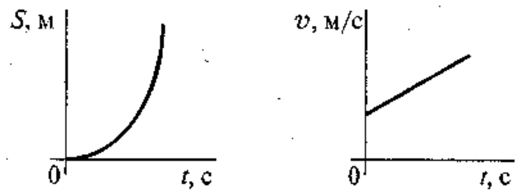
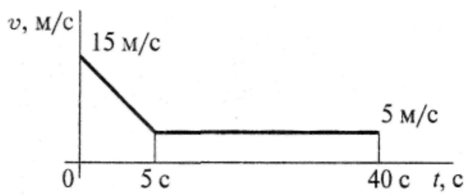
	S=1450 м	4

Тест № 3 КИНЕМАТИКА вариант 3

В о п р о с ы	**О т в е т ы**	Код
1. Точка движется по линии *ABC* и в момент г занимает положение *B*. Определить вид движения очки  a_t = const	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
2. По графику скоростей определить вид движения на участке 3 	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
3. Автомобиль движется по круглому арочному мосту r = 50м согласно уравнению S=l0 t. Определить полное ускорение автомобиля через 3 с движения	a = 2 м/с^2	1
	a = 4 м/с^2	2
	a = 4,47 м/с^2	3
	a = 6,67 м/с^2	4
4. По графику скоростей точки определить путь, пройденный за время движения 	S = 92 м	1
	S=152	2
	S=172	3
	S= 192 м	4
5. Тело, двигаясь из состояния покоя равноускоренно, достигло скорости V=50 м/с за 25 с. Определить путь, пройденный телом за это время	S = 125 м	1
	S = 625 м	2

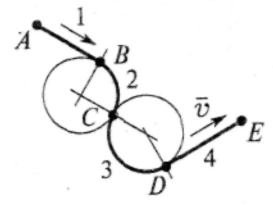
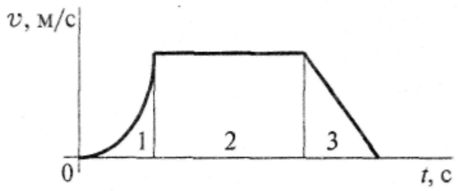
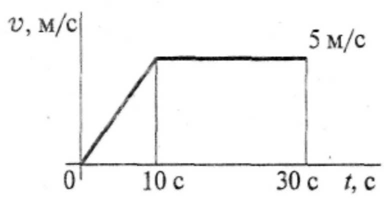
	S = 1250 м	3
	S = 1450 м	4

Тест № 3 КИНЕМАТИКА вариант 4

В о п р о с ы	О т в е т ы	Код
1. Точка движется по линии *ABC* равноускоренно. Как изменится полное ускорение точки в момент перехода  из точки *B* в точку B'	Не изменится	1
	Изменится по величине	2
	Изменится по направлению	3
	Изменится по величине и по направлению	4
2. По приведенным кинематическим графикам определить соответствующий закон движения точки 	$S = Vt$	1
	$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$	2
	$S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$	3
	$S = V_0 t - \frac{at^2}{2}$	4
3. Точка движется равноускоренно по окружности r= 10 м согласно уравнению $S=0{,}5t^2 + 2t$. Определить начальную скорость	V_0 = 0,5 м/с	1
	V_0= 2 м/с	2
	V_0 = 2,5 м/с	3
	V_0 = 3,5 м/с	4
4. По приведенному графику скорости определить путь, пройденный за время движения 	S=37,5 м	1
	S=225 м	2
	S=175 м	3
	S=300 м	4
5. Тело движется по дуге радиуса 50 м с постоянной ско-	a = 0,35 м/с^2	1

ростью 18 км/ч. Определить ускорение тела	a = 0,5 м/с^2	2
	a = 0,65 м/с^2	3
	a = 6,48 м/с^2	4

Тест № 3 КИНЕМАТИКА Вариант 5

Вопросы	Ответы	Код
1. Шарик скатывается по желобу *ABCDE* (трение отсутствует, V_A = 0). В данный момент параметры его движения $V = 2$ м/с; a_t= —2 м/с^2; a_n = 0. На каком из участков желоба находится шарик?		1
		2
		3
		4
2. По графику скоростей определить вид движения на участке 1 	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Неравномерное	4
3. Точка движется прямолинейно согласно уравнению S=0,5t^2+ 10t+5 Определить начальную скорость и ускорение на 3-ей секунде движения	V_Q = 10 м/с; a = 1 м/с^2	1
	V_Q = 10 м/с; a=1 м/с^2	2
	V_Q = 30 м/с; a = 4 м/с^2	3
	V_Q = 30 м/с; a = 3 м/с^2	4
4. По заданному графику скоростей точки определить путь, пройденный за время движения 	S=96 м	1
	S=125 м	2
	S=196 м	3
	S=921 м	4

5. Тело, имевшее начальную скорость 120 м/с, остановилось, пройдя 1200 м. Определить время до остановки	t=20с	1
	t =6 с	2
	t=10с	3
	t=15с	4

Ответы к тесту №3 для самопроверки

Вопросы	1	2	3	4	5
Вариант 1	2	4	3	4	2
Вариант 2	3	3	3	2	1
Вариант 3	2	3	1	3	2
Вариант 4	4	3	2	2	2
Вариант 5	4	4	1	2	1

Тест №4 Свободное падение

Вариант 1

1. Что называется свободным падением?
2. К какому виду движения относится свободное движение?
3. Что можно сказать о числовом значении ускорения свободного падения в данной точке Земли для тел разного веса?
4. Как изменяется ускорение свободного падения при увеличении высоты падения над поверхностью Земли?
5. Чему равно ускорение свободного падения на экваторе?
6. Каково значение ускорения свободного падения на полюсе?
7. Какое значение ускорения свободного падения условились считать нормальным?

№ отв.	Ответы
	…ускорение свободного падения уменьшается
	…движение тела из состояния покоя под действием силы тяжести
	9,832 м/с^2

	…движение тела из состояния покоя в безвоздушном пространстве под действием силы тяжести
	9,78 м/с^2
	…прямолинейное ускоренное движение
	…ускорение свободного падения остается постоянным
	9,80665 м/с^2
	…прямолинейное равномерно ускоренное движение
	…ускорение свободного падения возрастает

Вариант 2

1. К какому виду движения относится движение тела, брошенного в безвоздушном пространстве вертикально вверх?
2. Имеют ли одинаковое значение начальная скорость бросания и конечная скорость падения при движении тела в безвоздушном пространстве?
3. Будет ли время подъема при движении тела в безвоздушном пространстве равно времени его падения?
4. Чему равна скорость свободного падения? (выразить словами формулу скорости свободного падения)
5. Чему равна высота свободного падения? (выразить словами формулу пути при свободном падении)
6. Чему равен квадрат скорости свободного времени? (выразить словами эту формулу)

№ отв.	Ответы
	…прямолинейное замедленное движение
	…произведению ускорения свободного падения на время падения
	…начальная скорость бросания больше конечной скорости падения
	…половине произведения ускорения свободного падения на время падения
	…начальная скорость бросания равна конечной скорости падения
	…половине произведения ускорения свободного падения на квадрат времени
	…время падения больше времени подъема

	…удвоенному произведению ускорения свободного падения на высоту
	…время падения равно времени подъема
	…прямолинейное равнозамедленное движение

Равномерное криволинейное движение точки

Если a_t=0 и $a_n \neq 0$, то модуль скорости остается неизменным (точка движется равномерно), но ее направление изменяется и точка движется криволинейно (рис. 3). Иначе, при равномерном движении по криволинейной территории точка имеет нормальное ускорение, направленное по нормали к траектории и численно равное $a_n = v^2/\rho$, где ρ – радиус кривизны траектории.

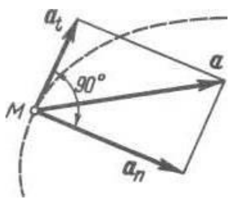


Рис. 3

В частном случае движения точки по окружности радиус кривизны траектории во всех ее точках постоянный: ρ=r=const, а так как и числовое значение скорости постоянно, то $a_n = \frac{V^2}{\rho} = const$

При равномерном движении числовое значение скорости определяется по формуле $V = \frac{S - S_0}{t}$, или $V = \frac{S}{t}$

Если точка совершит полный пробег по окружности, то путь s равен длине окружности, т.е. s= 2π r= π d , а время равно периоду, т.е. t=T. Выражение скорости примет вид $V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{\pi D}{T}$.

Пример 3.

Тепловоз проходит закругление длиной 800 м за 50 сек. Радиус закругления по всей его длине постоянный и равняется 400 м. Определить скорость тепловоза и нормальное ускорение, считая движение равномерным.

Решение

1. Принимая тепловоз за материальную точку, найдем его скорость:

$v = \frac{S}{t} = \frac{800}{50} = 16$ м/с

2. Находим нормальное ускорение: $a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{16}{400}^2$ = 0,64 м/с^2

3. Таким образом, при равномерном движении тепловоза по закруглению со скоростью 16 м/с он имеет нормальное ускорение a_n= 0,64 м/с^2

Равнопеременное движение точки

Если a_t= const (касательное ускорение постоянно как по модулю, так и по направлению, то a_n=0. Такое движение называется равнопеременным и прямолинейным.

Если же постоянным остается только числовое значение касательного уравнения

$a_t = \frac{dV}{dt}$ = const, то $a_n \neq 0$ и такое движение точки называется равнопеременным криволинейным.

При $|a_t| > 0$ движение точки называется равноускоренным, а при $|a_t| < 0$ - равнозамедленным**.**

Уравнение равнопеременного движения независимо от его траектории

имеет вид $S = S_0 + V_0\, t + \frac{a_t}{2}^2$;

где S_0- расстояние точки от исходного положения в момент начала отсчета; V_0 - начальная скорость и a_t - касательное ускорение – величины численно постоянные, а s и t - переменные.

Числовое значение скорости точки в любой момент времени определяются из уравнения $V=V_0 + a_t\, t$.

Уравнения эти являются основными формулами равнопеременного движения, и они содержат шесть различных величин: три постоянные: $\mathbf{S_0}$, $\mathbf{V_0}$, $\boldsymbol{a_t}$ и три переменные**: S, V, t**

Для удобства решения есть вспомогательные формулы:

$$S = S_0 + \frac{(V_0 + V)}{2} t;$$

$$S = S_0 + \frac{(V^2 - V_0^2)}{2a_t};$$

В частном случае, когда начальные величины S_0 =0 и V_0=0, то получаем те же формулы в упрощенном виде:

$$S = \frac{a_t\ ^2}{2}$$

$$V = a_t t$$

$$S = \frac{V}{2}t$$

$$S = \frac{V^2}{2a_t}$$

Равноускоренное движение из состояния покоя, происходящее под действием только силы тяжести, называется свободным падением. К этому движению применимы те же формулы, причем a_t= g= 9,81 м/с^2

$$S = \frac{gt^2}{2}$$

$$V = gt$$

$$S = \frac{V}{2}t$$

$$S = \frac{V^2}{2a_t}$$

Пример 4. Шарик, размерами которого можно пренебречь, начинает скатываться по наклонной плоскости из состояния покоя. Через 20 с после начала движения шарик находится от исходного положения на расстоянии 6 м. Определить ускорение шарика и его скорость в конце 10-й м 20-й с, а также расстояние , пройденное шариком за первые 10с.

Решение.

1. Из условия задачи следует, что S_0 =0 и V_0=0. Пройденное за t_2 =20с расстояние S_{20}=6м. Даны четыре величины. Требуется определить ускорение шарика (движение прямолинейное, значит определить нужно только $\mathbf{a_t}$**)**, скорости V_{10}, V_{20} и расстояние S_{10}.

2. Найдем из формулы $S = \frac{Vt}{2}$ скорость шарика, которую он приобретает в конце 20-й с: $V_{20} = \frac{2S_{20}}{t_2} = \frac{2*6}{20} =$ = 0,6 м/с

3. Найдем из формулы **V= a$_t$ t** ускорение шарика, которое он имеет, двигаясь по наклонной плоскости: $a_t = \frac{V_{20}}{t_2} = \frac{0,6}{20}$ = 0,03 м/с^2

4. Теперь из этой же формулы можно найти скорость в конце 10-й с:

$V_{10}= a_{t*}\, t_1 = 0,03 * 10 = 0,3$ м/с

5. Из формулы $S = \frac{a_t\ t^2}{2}$ находим расстояние, пройденное точкой за первые 10 с: $S = \frac{a_t\ t^2}{2} = \frac{0,03*10^2}{2}$ =1,5 м

Решить самостоятельно

Задача 1

Поезд, двигаясь со скоростью 72 км/час, подходя к станции, начал тормозить. Определить время и путь торможения, если замедление 0,4 м/с^2 – величина постоянная.

Задача 2

Автомобиль, движущийся равномерно и прямолинейно со скоростью 60 км/час, увеличивает в течение 20 с скорость до 90 км/ч. Определить, какое ускорение получит автомобиль и какое расстояние он проедет за это время, считая движение равноускоренным.

<u>Тест №5 Кинематика точки. Графики движения</u>

По названию графика начертить график

№ вопроса	Название графика	Вид графика
1	График пути равномерного движения	
2	График скорости равномерного движения	
3	График скорости равноускоренного движения	
4	График скорости равноускоренного движения без начальной скорости	
5	График ускорения равноускоренного движения	

6	График скорости равноуско-ренного движения с начальной скоростью	
7	График скорости равнозамед-ленного движения	
8	График пути движущейся точ-ки, которая движется равно-мерно, а затем останавливает-ся	
9	График скорости движущейся точки, которая равноускорен-но, а затем равномерно	
10	График скорости равнозамед-ленного движения с конечной скоростью, равной нулю	

<u>Тест № 6 Уравнения движения</u>

Каждому наименованию левой части уравнения определить соответствующую правую часть уравнения в группе А и группе В

	Наименование левой части уравнения	Правая часть уравнения для движения			
		№ отв.	Без начальной скорости(гр.А)	№ отв.	С начальной скоростью(гр.В)
1	Путь равномерного движения		…$=2aS$		…$=V_0+ at^2/2$
2	Путь равнопеременного движения, выраженный через ускорение		…$=gt^2/2$		…$=V_0+at$
3	Конечная скорость равнопеременного движения		…$=V/2$		…$=(V_t-V_0)/t$
4	Ускорение равнопеременного движения		…$=gt$		$V_t^2 – V_0^2=2aS$
5	Средняя скорость равнопеременного движения		…$=Vt$		…$= (V_t-V_0)t/2$
6	Квадрат скорости равнопеременного движения (или … квадратов скоростей для движения с начальной скоростью)		…$=Vt/2$		…$=V_0t+at^2$
7	Путь равнопеременного движения. выраженный через среднюю скорость		…$=2gH$		…$= (V_t+V_0)t/2$

8	Высота свободного падения		$\ldots= at^2/2$		$V_t^2 + V_0^2=2aS$
9	Скорость свободного падения		$\ldots=V/t$		$\ldots= (V_t+V_0)t/2$
10	Квадрат скорости свободного падения		$\ldots=at$		$\ldots=V_0t+at^2/2$

Простейшие движения твердого тела.

Поступательное движение твердого тела.

Движение твердого тела называют поступательным, если любой прямолинейный отрезок, неизменно связанный с телом, остается в процессе движения параллельным самому себе.

При поступательном движении твердого тела все точки его описывают тождественные траектории.

Скорости поступательно движущегося тела по модулю и направлению равны между собой:

$V_1= V_2=V_3= \ldots.= V_n$

Ускорения всех точек поступательно движущегося тела по модулю и направлению равны между собой:

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 =\ldots. =\alpha_n$

Следовательно, изучение поступательного движения тела сводится к изучению движения какой-либо одной из его точек.

Обычно в качестве такой точки рассматривают движение центра тяжести С. Уравнения движения центра тяжести в координатной форме:

$$\begin{cases} X_c=f_1\ (t) \\ Y_c=f_2\ (t) \\ Z_c=f_3\ (t) \end{cases}$$

Или в естественной форме:

$S_c= f\ (t)$

$Y_c=\varphi\ (X_c)$

Различают поступательное движение твердого тела и прямолинейное движение точки. Точки твердого тела, движущегося поступательно, могут описывать любые криволинейные траектории. В частном случае эти траектории могут быть прямолинейными.

Кинематические элементы поступательного движения твердого тела: линейное перемещение, линейная скорость, линейное ускорение.

Зависимости для равнопеременного поступательного движения такие же, как и для равнопеременного движения.

Полный путь определяют по формуле $S = v_o t + \frac{at^2}{2}$, где V_0 – начальная скорость. Полный путь можно определить, используя среднюю скорость

$V_{cp} = \frac{V + V_0}{2}$; $S = V_{cp}\,t = \frac{V + V_0}{2}t$;

Если вместо t подставить $t = \frac{(V - V_o)}{a}$; то $S = \frac{V + V_0}{2} * \frac{V - V_o}{a} = \frac{V^2 - V_0^2}{2a}$

Вращательное движение твердого тела.

Движение твердого тела называют вращательным, если в движущемся теле или вне его имеется ось вращения, которая при вращении остается неподвижной, а плоскость, проведенная через эту ось и произвольную точку тела, совершает поворот вокруг оси.

Законом, или уравнением вращательного движения тела вокруг неподвижной оси, называют равенство, при помощи которого задается угол поворота тела φ как функция времени, т.е. $\varphi = f(t)$.

Быстроту и направление вращения тела характеризует угловая скорость ω, равная первой производной по времени от угла поворота, т.е. $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = f'(t)$

Для характеристики быстроты изменения угловой скорости ω служит угловое ускорение ε, равное первой производной от угловой скорости или второй производной от угла поворота, т.е. $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = f''(t)$, при этом, если $\omega>0$, $\varepsilon>0$ – движение ускоренное, если $\omega>0$, $\varepsilon< 0$, то движение замедленное. Таким образом, основными кинематическими элементами вращательного движения являются:

угловое перемещение φ, в радианах

угловая скорость ω, в рад/сек или в сек$^{-1}$

угловое ускорение ε, в рад/сек^2 или в сек$^{-2}$

Угловую скорость в технике часто измеряют числом оборотов n. При этом **угловая скорость связана с n соотношением:** $\omega = \frac{\pi n}{30}$ **.**

Частные случаи вращения тела:

1. Если ω= const и, следовательно, $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 0$, то вращение тела называют равномерным; в этом случае закон вращательного движения имеет вид: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$, где φ_0 – угол поворота в начальный момент времени.
2. Если ε = const, то вращение тела называют равнопеременным. В этом случае

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t;$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

где ω_0 – начальная угловая скорость, при этом, если $\omega_0 > 0$, $\varepsilon > 0$ – движение равноускоренное, а если $\omega_0 > 0$, $\varepsilon < 0$, то движение равнозамедленное.

Основные зависимости для равноускоренного (равнозамедленного) вращательного движения.

Полный угол поворота определяем по уравнению: $\varphi = \omega_o t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

начальный угол поворота принят равным нулю;

Полный путь можно определить, введя среднюю угловую скорость

$\omega_{cp} = \frac{\omega + \omega_0}{2}$; тогда $\varphi = \omega_{ср.} t$; $\varphi = \frac{(\omega_o + \omega)t}{2}$;

угловое ускорение равно $\varepsilon = \frac{(\omega - \omega_o)}{t}$, откуда $t = \frac{\omega - \omega_0}{\varepsilon}$, следовательно,

$\varphi = \omega_{ср.} t = \frac{\omega + \omega_0}{2} * \frac{\omega - \omega_0}{\varepsilon} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}$

Угловые величины вращающегося тела и линейные величины движущейся точки.

Точка совершает либо прямолинейное, либо криволинейное движение, а тело – поступательное, вращательное или плоскопараллельное движение.

Траекторией любой точки M, принадлежащей вращающемуся телу и отстоящей от оси вращения на расстоянии R, является окружность радиусом R. Если за время t тело повернулось на угол φ и имеет в в этот момент времени угловую скорость ω и угловое ускорение ε, то:

1) линейное перемещение точки (длина дуги) S=Rφ;

2) линейная скорость ее равна: v=Rω и направлена по касательной к окружности в сторону вращения;

3) тангенциальное ускорение равно α_t=Rε, а по направлению совпадает со скоростью v при ускоренном вращении и противоположно вектору скорости при замедленном вращении;

4) нормальное ускорение равно $a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R}$ = ω^2 R и всегда направлено по радиусу к оси вращения.

Ускорение точки равно геометрической сумме нормального и касательного ускорений $\alpha = \alpha_t + \alpha_n$

Модуль ускорения определяют по формуле

$$a = \sqrt{(R\varepsilon)^2 + (\omega^2 R)^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$$

Ускорение отклонено от нормали к траектории на некоторый угол, определяемый из соотношения: $tg\alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$

Основные уравнения, характеризующие поступательное и вращательное движения твердого тела

Поступательное движение		Вращательное движение	
Название	*Формула*	*Название*	*Формула*
Масса	$M = \frac{G}{g}$	Момент инерции	$I = mr^2 = \frac{Gr^2}{g}$
Путь	$S = v_o t + \frac{at^2}{2}$ $S = \frac{(v_o + v)t}{2}$ $S = \frac{(v^2 - v_o^2)}{2a}$	Угол поворота	$\varphi = \omega_o t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$ $\varphi = \frac{(\omega_o + \omega)t}{2}$ $\varphi = \frac{(\omega^2 - \omega_o^2)}{2\varepsilon}$
Время	$t = \frac{2S}{(v_o + v)}$ $t = \frac{(v - v_o)}{a}$	Время	$t = \frac{2\varphi}{(\omega_o + \omega)}$ $t = \frac{(\omega - \omega_o)}{\varepsilon}$
Конечная скорость	$v = \frac{2S}{t} - v_o$ $v = v_o + at$ $v = \sqrt{v^2 + 2aS}$	Конечная угловая скорость	$\varpi = \frac{2\varphi}{t} - \omega_o$ $\omega = \omega_o + \varepsilon t$ $\omega = \sqrt{\omega^2 + 2\varepsilon\varphi}$
Начальная скорость	$v_o = \frac{2S}{t} - v$ $v_o = v - at$ $v_o = \sqrt{v^2 - 2aS}$	Начальная угловая скорость	$\omega_o = \frac{2\varphi}{t} - \omega$ $\omega_o = \omega - \varepsilon t$ $\omega_o = \sqrt{\omega^2 - 2\varepsilon\varphi}$
Ускорение	$a = \frac{2(S - v_o t)}{t^2}$ $a = \frac{(v - v_o)}{t}$ $a = \frac{(v^2 - v_o^2)}{2S}$	Угловое ускорение	$\varepsilon = \frac{2(\varphi - \omega_o t)}{t^2}$ $\varepsilon = \frac{(\omega - \omega_o)}{t}$ $\varepsilon = \frac{(\omega^2 - \omega_o^2)}{2\varphi}$
Основное уравнение движения	$ma = \sum P$	Основное уравнение движения	$I\varepsilon = \sum M$
Соотношения между вращательным и поступательным движением			
Перемещение $S = R\varphi$			

Скорость $v = R\omega$
Касательное ускорение $a_t = R\varepsilon$
Нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R$
Полное ускорение $a = R\sqrt{(\omega^4 + \varepsilon^2)}$
Направление ускорения $tg\alpha = \frac{a_t}{a_n} = \frac{\varepsilon}{\omega^2}$

Пример 6.

На шкив радиусом R= 20 см свободно намотана нерастяжимая нить, на которой висит груз (рис.5). Двигаясь вертикально вниз из состояния покоя по уравнению x= 400t² см, где x- расстояние от неподвижной оси mn, груз приводит во вращение шкив. При этом нить сматывается без скольжения. Найти закон вращательного движения, угловую скорость и угловое ускорения шкива, а также полное ускорение обода колеса.

Решение. Система состоит из трех тел: шкива, груза В и нити. Шкив совершает вращательное движение, а груз и нить – поступательное. Отметим точку А, которая принадлежит одновременно двум телам – шкиву и нити. Скорость точки А, принадлежащей нити, $V_a = V_b = dx/dt = 800t$ см/с

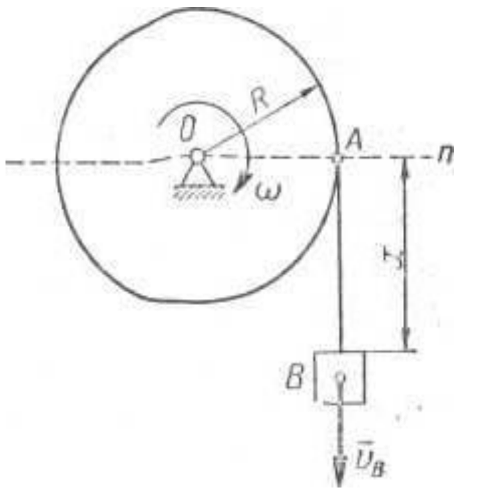


Рис. 4

Так как по условию задачи нить нерастяжима и сматывается без скольжения, то скорость той же точки А, но принадлежащей шкиву, равна $V_A = R\ \omega = 20\ \omega$, тогда $20\ \omega = 800t$, $\omega = 40t$ 1/с.

Угловое ускорение шкива $\varepsilon = d\ \omega/dt = 40$ 1/с= const

Закон вращательного движения шкива $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$

Так как по условию $\omega_0=0$, то $\varphi=20t^2$.

Касательное ускорение точки А: $\alpha_t=R\varepsilon=20*40=8$ м/с^2= const

Нормальное ускорение точки А:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 800\sqrt{1+1600t^4}, см/с^2$$

Пример 7 Маховое колесо вращается равномерно с угловой скоростью 16 рад/с. Определит, сколько оборотов сделает колесо за 5 мин вращения.

Решение 1.

1. Находим угол поворота в радианах, имея в виду что ω= 16 рад/с и t= 5мин=300с:

φ= ωt =16*300=4800 рад

2. Находим число оборотов маховика:

$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{4800}{2\pi} = 763$ оборота.

Решение 2.

1. Переведем угловую скорость ω=16 рад/с в об/мин:

   $n = \frac{30\omega}{\pi} = \frac{30 \times 16}{3{,}14} = 152{,}5$ об/мин

2. Имея в виду, что уравнение равномерного вращательного движения можно представить так: N = nt, находим N=152,5 *5 = 763 оборота

Пример 8 Маховик, вращающийся с частотой n_0 = 90 об/мин, с некоторого момента начинает вращаться равноускоренно и через 1,5 мин достигает частоты вращения n =150 об/мин. Определить угловое ускорение маховика? Какую скорость имеют точки на цилиндрической поверхности маховика через 45 сек после начала равноускоренного движения, если диаметр маховика 1,2 м?

Решение

Все угловые величины выражаем в радианном измерении.

1. Если n_0 = 90 об/мин, то $\omega_0 = \frac{\pi n}{30} = 3\pi$ рад/с

2. Если n = 150 об/мин, то $\omega = \frac{\pi n}{30} = 5\pi$ рад/с

3. Из уравнения **ω = ω₀+ ε t** находим угловое ускорение, учитывая, что изменение угловой скорости происходит за t=1,5 мин=90с:

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{5\pi - 3\pi}{90} = \frac{\pi}{45}\, рад/с^2$$

Определяем из формулы $\varphi = \frac{(\omega_0 + \omega)}{2} t = \frac{(5\pi + 3\pi)}{2} 90 = 360\pi рад$

Находим, какому числу оборотов соответствует этот угол поворота:

$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{360\pi}{2\pi} = 180$ оборотов.

4. Прежде, чем найти по формуле v_1= R ω_1 скорость точек на ободе маховика в момент времени t = 45 с после начала равноускоренного вращения, необходимо найти угловую скорость маховика ω_1 в этот момент:

$\omega_1 = \omega_0 + \varepsilon t_1 = 3\pi + \pi/45*45 = 4\pi$ рад/с

Зная, что $R = \frac{d}{2} = 0{,}6$ м, получаем v_1= R ω_1=4 π*0,6 = 7,54 м/с

Пример 9. Колесо, вращающееся с частотой 1500 об /мин, при торможении начинает вращаться равнозамедленно и через 30 с останавливается. Определить угловое ускорение и число оборотов колеса с момента начала торможения до остановки.

Решение.

1. Выразим начальную угловую скорость в рад/с: $\omega_0 = \frac{\pi n}{30} = 157$ рад/с

Найдем угловое ускорение из формулы $\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 157}{30} = -5{,}23$ рад/с

2. $N = \frac{n + n_0}{2} t = \frac{0 + 1500}{2} 0{,}5 =$ 375 оборотов

Пример 10. Неравномерное вращательное движение.
Вращение вала в течение первых 20с происходит согласно уравнению φ=0,8 t^3. определить угловую скорость вала в конце 20-й секунды, угловое ускорение в начале движения, в конце 10-й и 20-й секунды, сколько всего оборотов сделает вал за 20 с.

Решение.

1. Определим число оборотов вала за 20 с. Для этого предварительно найдем угол поворота за 20 с: $\varphi=0{,}8\ t^3= 0{,}8 * 20^3 = 6400$ рад.

2. $N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{6400}{2\pi} = 1020$ оборотов

3. Определим уравнение угловой скорости вала:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = (0{,}8t^3)' = 2{,}4t^2$$

Найдем угловую скорость вала в конце 20-й секунды

$\omega_к=2{,}4\ t^2 = 2{,}4 *20^2 = 960$ рад/с

Если выразить эту угловую скорость в об/мин, то $n_к = \frac{30\omega}{\pi} = 9170$ об/мин

4. Определим уравнение углового ускорения:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = (2{,}4t^2)' = 4{,}8t$$

5. Найдем угловое ускорение в начале движения (t=0), в конце 10-й секунды (t=10), и 20-й секунды (t=20):

$\varepsilon_0 = 4{,}8t_0=0$; $\varepsilon_{10} = 4{,}8t_{10}=48$ рад/с; $\varepsilon_{20} = 4{,}8t_{20}=96$ рад/с.

Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1

1. Поезд движется со скоростью 72 км/час, при торможении он получает ускорение (замедление), равное 0,4 м/с^2. Найти, за какое время до прихода поезда на станцию и на каком от нее расстоянии должно быть начало торможения. **Ответ: t=50с, S=500м**

2. Маховое колесо начинает вращаться из состояния покоя равноускоренно, через 10 мин после начала движения оно имеет частоту вращения 120 об/мин. Сколько оборотов сделало колесо за эти 10 минут? **Ответ: 600 оборотов**

Вариант 2

1. Считая посадочную скорость самолета равной 400 км/час, определить замедление (ускорение) его при посадке на пути S=1200 м, движение равнозамедленное. **Ответ: а=5,15 м/с^2**

2. Колесо, имеющее неподвижную ось, получило начальную угловую скорость $\omega=2\pi$ рад/сек, сделав 10 оборотов, оно вследствие трения в подшипниках остано-

вилось. Определить угловое ускорение колеса, считая его постоянным. **Ответ: ε=0,1 π рад/с^2**

Вариант 3

1. При загрузке бетономешалки частота вращения барабана падает с 20 до 15 об/мин в течение 1 мин. Вычислить угловое ускорение, считая его постоянным, и число оборотов бетономешалки за этот промежуток времени. **Ответ: ε =0,0087 рад/с^2, N= 17,5 оборотов**

2. Тепловоз проходит закругление длиной 960 м за 40 секунд. Радиус закругления по всей его длине 800 м. определить скорость тепловоза и ускорение, если движение равномерное. **Ответ: V= 24 м/с, a=0,72 м/с^2**

Вариант 4

1. В момент включения двигателя маховик имел 210 об/мин. Сколько оборотов сделает он до полной остановки при замедлении (ускорении) 0,628 рад/с? Какова продолжительность торможения? **Ответ: N=61,3 оборотов; t=35с**

2. Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью 49 м/с. Определить наибольшую достигнутую высоту. **Ответ: H= 122,5 м**

Вариант 5

1. Какой наружный диаметр имеет шлифовальный круг, если его частота вращения 3350 об/мин, а скорость шлифования составляет 35 м/с**? Ответ: D=200м**

2. Считая, что спутник движется равномерно вокруг Земли по круговой орбите радиусом 6750 км, и его период обращения 1 час 31 мин, определить скорость и нормальное ускорение. **Ответ: V= 7,76 км/с, a=8,92 м/с^2**

Вариант 6

1. Барабан подъемной машины имеет диаметр 5,6 м. Скорость движения каната 16 м/с. Определить частоту вращения барабана. Сколько оборотов сделает барабан во время подъема, если глубина шахты 575 м? **Ответ: n=54, 6 об/мин, N= 32,7 оборота**

2. Тело свободно падает с высоты 44,1 м. Определить время падения и скорость в момент достижения Земли. **Ответ: t=3 с; V= 29,4 м/с**

Вариант 7

1. Поезд, имея начальную скорость 57 км/час, прошел 600 м за первые 30 секунд. Считая движение поезда равнопеременным, определить скорость и ускорение поезда в конце 30 секунды, если рассматриваемое движение поезда происходит на закругленном радиусе R=1 км. **Ответ: V=25 м/с, a=0,708 м/с^2**

2. С момента выключения мотора пропеллер самолета, вращавшийся с n=1200 об/мин, сделал до остановки 80 оборотов. Сколько времени прошло с момента выключения мотора до остановки, если вращение равнозамедленное? **Ответ: t=8 с**

Вариант 8

1. Угол полного ускорения точки обода махового колеса к радиусу равен 60^0. Касательное ускорение ее в данный момент $\alpha_t = 10\sqrt{3}$ м/с2. Найти нормальное ускорение точки, отстоящей от оси вращения на расстоянии R=0,5 м. Радиус колеса R=1 м. **Ответ: α_n = 5 м/с^2**

2. Точка движется с начальной скоростью V_0 = 1,2 м/с и касательным ускорением α_t = 1,2 м/с^2 и проходит путь S= 30 м. Найти конечную скорость. **Ответ: Vк=9 м/с**

Тест №7 Вращательное движение. Линейная скорость. Угловая скорость.

Для каждого вопроса группы А указать правильный ответ из группы А, для каждого вопроса группы В указать правильный ответ из группы В.

Вопросы группы А

1. Что называется периодом вращательного движения?
2. Что называется частотой вращения?
3. Какая существует аналитическая связь между частотой и периодом?
4. В каких единицах измеряется период?
5. В каких единицах измеряется частота?
6. Что называется линейной скоростью вращательного движения?
7. Как направлена линейная скорость?
8. В каких единицах измеряется линейная скорость?

Вопросы группы В

1. Какой вид имеет формула линейной скорости?
2. Что называется угловой скоростью?

3. Какой вид имеет формула угловой скорости?

4. В каких единицах измеряется угловая скорость?

5. Что принимается за один радиан?

6. Сколько радиан содержится в полной окружности?

7. Какая существует аналитическая связь между линейной и угловой скоростью?

№ вопр.	Вариант А	№ вопр.	Вариант В
	f=1/T		…центральный угол, дуга которого равна одному радиусу
	…по окружности		2π=6,28
	…$с^{-1}$		=2π/T
	м/с		…величина, измеряемая отношением угла, на который поворачивается точка (тело), ко времени поворота
	…время одного оборота		π=3,14
	…число оборотов в 1 мин		V= ωR
	…по касательной к окружности		=2πT
	…с		=2πR/T
	…скорость движения точки по окружности		рад/с
	…число оборотов в 1 с		ω=VR

Тест №8 Центростремительное ускорение. Центростремительная и центробежная силы

Для каждого вопроса группы А указать правильный ответ из группы В.

То же для группы С

Вопросы группы А

1. Какое вращательное движение называется равномерным?

2. Остается ли постоянной при равномерном вращательном движении линейная скорость как векторная величина?

3. Какая величин характеризует изменение линейной скорости по направлению при равномерном вращательном движении?

4. Какой вид имеет формула центростремительного ускорения?

5. В каких единицах измеряется центростремительное ускорение?

6. Может ли возникнуть ускорение без воздействия на тело силы?

7. Какая сила является центростремительной?

8. Какая сила является центробежной?

№ вопр	Ответы группы А
	…сила с которой удерживающее тело действует на вращающееся тело
	$a=V^2/R$
	…центробежное ускорение
	Нет. Скорость непрерывно изменяется по направлению
	$м/с^2$
	…сила, с которой тело, вращающееся по окружности, действует на связь
	$a=\omega^2/R$
	…движение, при котором угловая скорость остается постоянной
	Нет. Ускорение всегда возникает под действием силы
	…центростремительное ускорение

Вопросы группы В

1. Какое направление имеет центростремительная сила?
2. Какое направление имеет центробежная сила?
3. Какой вид имеет формула центробежной силы?
4. Какой вид имеет формула центростремительной силы?
5. В каких единицах измеряется центробежная сила в СИ?
6. На основании какого закона можно заключить, что центробежная сила и центростремительная сила равны?

7. Могут ли центробежная и центростремительная силы возникать и исчезать одновременно?

8. Какой вид имеет формула центробежной силы?

№ вопроса	Ответы группы В
	…в Ньютонах
	Да, эти силы возникают и исчезают одновременно
	…на основании второго закона Ньютона
	…по радиусу к центру окружности
	$F=mV^2/R$
	…в килограммах
	$F=m\omega^2/R$
	…на основании третьего закона Ньютона
	Нет. Они могут исчезать и возникать в разное время
	…по радиусу от центра окружности

Вопросы группы С

1. Могут ли центростремительная и центробежная силы взаимно уравновешиваться?

2. Камень, привязанный к нити, вращается по окружности. Какая сила в этом случае является центробежной?

3. Какая сила в примере предыдущего вопроса является центростремительной?

4. Автомашина движется по выпуклому мосту. Чему равна здесь центростремительная сила в момент прохождения автомашины через середину моста?

5. Какая сила в примере предыдущего вопроса является центробежной?

6. Какая сила является центростремительной во вращательном движении Луны вокруг Солнца?

7. Какая сила в примере предыдущего вопроса является центробежной?

№ вопр.	Ответы группы В
	…сила, с которой нить действует на камень

	…сила. с которой камень действует на нить
	…сила, с которой Луна притягивает Землю
	…разности силы тяжести, действующей на машину, и реакции моста
	…могут, так как центробежная и центростремительная силы равны по величине и противоположны по направлению
	…сила, с которой Луна притягивается к Земле
	…сила, с которой мост давит на машину
	Нет. Центробежная и центростремительная силы приложены к разным телам
	…сила, возникающая вследствие движения автомашины по окружности и действующая на Землю вертикально вверх

Тест № 9 Вращательное движение

Для каждого вопроса выбрать правильный ответ из трех ответов, расположенных в одной горизонтальной графе

Вопросы

1. При равномерном вращательном движении величина скорости не изменяется. Почему же возникает центростремительно ускорение?
2. Чему равен угол между скоростью и ускорением в прямолинейном движении?
3. Чему равен угол между линейной скоростью и центростремительным ускорением?
4. Зависит ли центростремительное ускорение равномерного вращательного движения от массы вращающегося тела?
5. Каким законом Ньютона пользуются при выводе формулы центростремительной и центробежной сил?
6. На основании какого закона Ньютона делают заключение о равенстве центробежной и центростремительной сил?
7. Почему центробежная и центростремительная силы взаимно не уравновешиваются?

8. Могут ли центробежная и центростремительная силы возникать и исчезать в разное время?

9. Как изменяется центростремительное ускорение при увеличении радиуса вращения, если частота вращения остается неизменной?

10. Как изменяется центростремительная сила при уменьшении радиуса вращения, если частота и масса тела постоянны?

Ответы				
№ вопр	№ отв	Группа А	Группа В	Группа С
1		…ввиду того, что при вращательном движении линейная скорость изменяется по направлению	…ввиду того, что вращательное движение вызвано действием на тело некоторой силы	…ввиду того, что центростремительное ускорение не зависит от линейной скорости
2		90^0	0^0	180^0
3		90^0	0^0	180^0
4		…и зависит и не зависит	…зависит	…не зависит
5		…третьим законом	…вторым законом	…первым законом
6		…второго закона	…первого закона	…третьего закона
7		…потому что эти силы действуют на разные тела	…нет. Эти силы могут уравновешиваться	…потому что они не равны между собой
8		…да, могут возникать и исчезать в разное время	…возникают в разное время, но исчезают одновременно	…эти силы возникают и исчезают одновременно
9		…уменьшается	…возрастает	…остается неизменной

10		…уменьшается	…остается неизменной	…возрастает

Тест №10 Вращательное движение

Для каждой величины указать определение (гр.А). буквенное обозначение этой величины (гр.В), сокращенное обозначение ее единицы или размерность (гр.С)

№ вопр.	Величина	Ответы					
		№	Определение Гр.А	№	Буквенное обозн. Гр.В	№	Размерность Гр.С
1	Линейная скорость вращательного движения		…сила, удерживающая мат. точку при движении по окружности и направленная к центру вращения		*f*		Об/мин
2	Период вращения		…величина, численно равная угловому перемещению точки в единицу времени		φ		$с^{-1}$=об/с
3	Частота вращения				V		м
4	Число оборотов в минуту		…величина, численно равная отношению длины дуги, которую проходит точка за некоторый промежуток времени, к этому промежутку.		T		Н

5	Угловая скорость		…угол, на который поворачивается тело за единицу времени		$F_{цб}$		м/с
6	Центростремительное ускорение		…число оборотов точки вокруг оси вращения в единицу времени		*a*		рад
7	Центробежная сила		…угол, на который поворачивается тело за время t		n		
8	Центростремительная сила		…величина, характеризующая изменение направления линейной скорости при вращательном движении		$l=2\pi R$		Рад/с
9	Угловое перемещение		…время, затрачиваемое точкой на один полный оборот вокруг оси вращения		$F_{цс}$		с
10	Длина окружности		… сила, действующая на удерживающее тело и возникающая вследствие вращения		ω		$м/с^2$

Тест №11

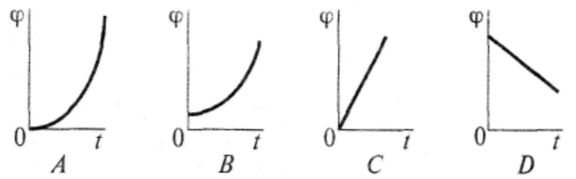
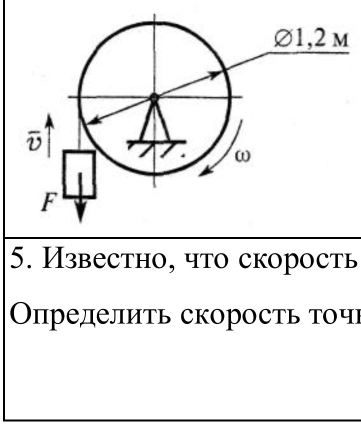
Равномерное вращательное движение

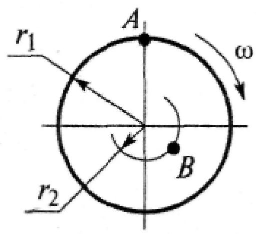
Для каждой величины указать различные варианты правой части формулы, выражающей эту величину

№ вопр	Величина	Ответы					
		№	ВариантA	№	ВариантB	№	ВариантC
1	Линейная скорость вращательного движения		mV^2/R		$m\omega^2/R$		mV^2R
2	Угловая скорость		$2\pi f$		ω^2R		
3	Центростремительное		2π R		n/60		$\pi Rn/30$

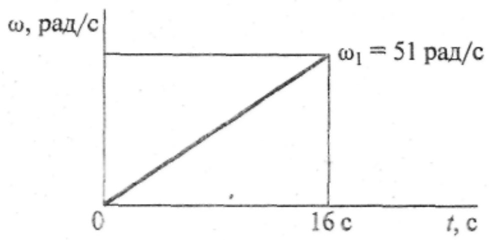
	ускорение						
4	Центробежная сила		2π R/T				$4\ \pi^2 f^2$ R
5	Центростремительная сила		1/f		πD		
6	Период вращения		V^2/R		2π/T		$4\ \pi^2\ m\ f^2$ R
7	Частота вращения		60 f		$m\omega^2R$		
8	Число оборотов в минуту		1/T				
9	Угловое перемеще-ние				2π R f		πn/30
10	Длина окружности		ωt				

Тест №12 КИНЕМАТИКА вариант 1

В о п р о с ы	**О т в е т ы**	Код
1. Закон вращательного движения тела $\varphi = 1{,}2\,t^{2} + 2{,}4\,t$? Определить, за какое время угловая скорость тела достигнет величины ω = 19,2 рад/с	2,4 с	1
	14с	2
	7с	3
	12,4 с	4
2. Выбрать соответствующий кинематический график движения, если закон движения $\varphi = 1{,}3t^{2} + t$ 	A	1
	B	2
	C	3
	D	4
3. Для движения, закон которого задан в вопросе 2, определить угловое ускорение в момент t = 10с	1,3 рад/с^2	1
	2,6 рад/с^2	2
	26 рад/с^2	3
	130 рад/с^2	4
4. Груз F начинает двигаться вверх из состояния покоя с постоянным ускорением a = 1,26 м/с^2. Определить частоту вращения колеса через 5 секунд после начала движения 	n= 10,5 об/мин	1
	n= 62,5 об/мин	2
	n= 100об/мин	3
	n= 597об/мин	4
5. Известно, что скорость точки A V_A = 12 м/с Определить скорость точки В	2,4 м/с	1
	6 м/с	2

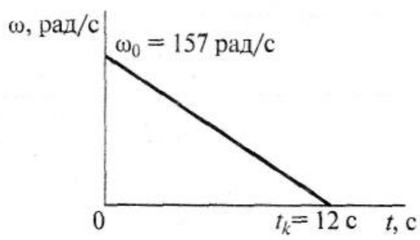
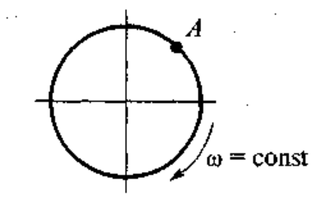
 r_1 = 2 м, r_2=1,4 м	8,4 м/с	3
	12 м/с	4

Тест №12 КИНЕМАТИКА вариант 2

В о п р о с ы	О т в е т ы	**Код**
1. Барабан вращается со скоростью $\omega=2\pi t$ Какое это вращение?	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
2. Закон вращательного движения тела $\varphi = 0{,}68t^3 + t$ Определить ω в момент t = 3 с	ω= 19,4 рад/с	1
	ω = 18,4 рад/с	2
	ω = 6,1 рад/с	3
	ω = 21,4 рад/с	4
3. По данным, приведенным в вопросе 2, опреде- лить ε тела в момент t = 5 с	ε = 18,4 рад/с2	1
	ε = 20,4 рад/с2	2
	ε = 22,2 рад/с2	3
	ε = 28,2 рад/с2	4
4. Скорость ротора электродвигателя в период раз- гона меняется согласно графику  Определить число оборотов ротора за период разгона	20 об	1
	65 об	2
	165 об	3
	408 об	4

5. Маховое колесо r = 0,1 м вращается равномерно и в момент времени t= 13с имеет ω = 130 рад/с. Определить полное ускорение точек на ободе колеса в этот момент	a = 13 м/с^2	1
	a = 169 м/с^2	2
	a = 1300 м/с^2	3
	a = 1690 м/с^2	4

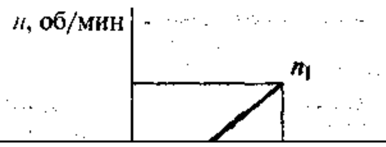
Тест №12 КИНЕМАТИКА вариант 3

В о п р о с ы	О т в е т ы	Код
1. Закон вращательного движения тела $\varphi = 0{,}25t^3 + 4t$? Определить вид движения	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
2. Закон вращательного движения колеса $\varphi = 0{,}3t^3 + 3$. Определить ускорение колеса в момент t = 5 с	7,5 рад/с^2	1
	9 рад/с^2	2
	22,5 рад/с^2	3
	25,5 рад/с^2	4
3. При торможении ротора электродвигателя его скорость меняется согласно графику.  Рассчитать число оборотов ротора до полной	938 об	1
	942 об	2
	150 об	3
	450 об	4
4. Какие ускорения возникнут в точке A при равномерном вращении колеса?  	$a_n \neq 0$; $a_t = 0$	1
	$a_n = 0$; $a_t \neq 0$	2
	$a_n \neq 0$; $a_t \neq 0$	3
	$a_n = 0$; $a_t = 0$	4

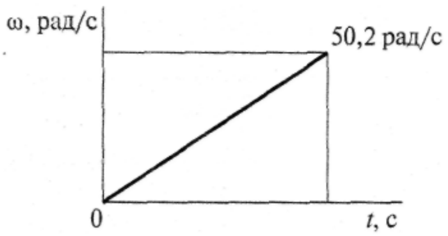
5. Определить полное ускорение на ободе колеса r= 0,6 м, при t = 3 с, если ω = 11 рад/с. Движение равномерное	a = 6,6 м/с^2	1
	a = 3,96 м/с^2	2
	a = 72,6 м/с^2	3
	a= 19,8 м/с^2	4

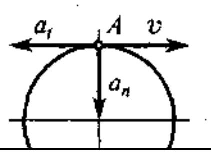
Тест №12 КИНЕМАТИКА вариант 4

Вопросы	Ответы	Код
1. По заданному закону вращения регулятора φ = π(1 +2t) Определить вид движения	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
2. Закон вращательного движения 3колеса $\varphi = 6t - 1{,}5t^2$ Определить время до полной остановки	2с	1
	4с	2
	8с	3
	10с	4
3. По условию предыдущей задачи определить число оборотов колеса до остановки	~1 об	1
	0 об	2
	~ 6 об	3
	~ 12 об	4
4. При вращении скорость маховика изменяется	1,2 рад/с^2	1
	2,2 рад/с^2	2
	4,2 рад/с^2	3

по графику. 	2,8 рад/с^2	4
5. Определить нормальное ускорение точек на ободе колеса диаметром 0,2 м, если закон движения φ= $0{,}4t^3$ t = 3с	0,4 м/с^2	1
	7,2 м/с^2	2
	11,7 м/с^2	3
	23,3 м/с^2	4

Тест № 12 КИНЕМАТИКА вариант 5

Вопросы	Ответы	Код
1. Закон движения колеса $\varphi = 0{,}32\pi t^3$ Определить угловую скорость вращения колеса в момент t = 5 с	24 рад/с	1
	15,8 рад/с	2
	75,4 рад/с	3
	131,2 рад/с	4
2. Колесо вращается по закону, приведенному в вопросе 1. Определить угловое ускорение колеса в момент t= 3 с	18 рад/с^2	1
	5,8 рад/с^2	2
	8,6 рад/с^2	3
	14,4 рад/с^2	4
3. Скорость ротора менялась согласно графику и за 120 оборотов достигла ω= 50,2 рад/с. 	4,8 с	1
	15с	2
	30 с	3
	42 с	4
3. При вращении колеса скорость и ускорение в точке *A* имеют указанные на чертеже	Равномерное	1
	Равноускоренное	2

направления. Определить вид вращения, если a_t, = const	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
5. Колесо вращается с частотой n = 250 об/мин. Определить полное ускорение точек на ободе колеса r=0,8м	20,8 м/с^2	1
	547 м/с^2	2
	12,5 м/с^2	3
	4620 м/с^2	4

Ответы к тесту №12:

Вопросы	1	2	3	4	5
Вариант 1	3	1	2	3	3
Вариант 2	2	1	2	2	4
Вариант 3	4	2	3	1	3
Вариант 4	1	1	1	2	3
Вариант 5	3	1	3	3	2

Сложное движение точки.

В мире все находится в непрерывном движении, и неподвижная система координат в действительности не существует. Поэтому возникает необходимость рассматривать движение точек одновременно по отношению к двум системам отсчета, одна из которых считается неподвижной, а вторая определенным образом движется по отношению к первой. Движение точки в данном случае называется сложным.

Движение точки по отношению к неподвижной системе координат называется **абсолютным.** Движение точки по отношению к подвижной системе координат называется о**тносительным**. Движение подвижной системы координат по отношению к неподвижной называется **переносным.** Абсолютное движение является сложным и состоит из относительного и переносного движений.

В тех случаях, когда заданы движения двух или более тел (точек) относительно неподвижной системы координат и необходимо определить движение одного из этих тел относительно другого, удобно пользоваться расчленением абсолютного движения на переносное и относительное.

Тело, относительно которого требуется рассмотреть движение, мысленно остановим, а неподвижную систему координат заставим двигаться по его закону, но в обратном направлении. Тогда для второго тела это движение станет переносным, а движение второго тела - относительным. После этого просто понять, как будет двигаться второе тело по отношению к первому.

При изучении сложного движения точки будем рассматривать только перемещение и скорость.

Если переносное и относительное движения направлены вдоль одной прямой, то

1. перемещение точки в абсолютном движении равно алгебраической сумме перемещений в переносном и относительном движениях.;
2. скорость точки в абсолютном движении равна алгебраической сумме переносной и относительной скоростей.

Условимся направление переносного перемещения и соответственно направление переносной скорости считать положительными. Тогда относительное перемещение и соответственно относительная скорость будут также положительными, если они направлены в ту же сторону, что и переносное. Если же относительное перемещение имеют направление, противоположное переносному, то будем считать их отрицательными.

Таким образом, при совпадении направлений переносного и относительного движений $\overline{V}_{абс} = \overline{V}_{пер} + \overline{V}_{отн}$

При противоположных друг другу направлениях переносного и относительного движений $\overline{V}_{абс} = \overline{V}_{пер} - \overline{V}_{отн}$

Модуль абсолютной скорости находится по теореме косинусов:

$V_{абс} = \sqrt{V_{пер}^2 + V_{отн}^2 + 2V_{пер}V_{отн}\cos(V_{пер}, V_{отн})}$, а направление по теореме синусов

$$\frac{V_{абс}}{\sin(V_{пер}V_{отн})} = \frac{V_{пер}}{\sin(V_{абс}V_{отн})} = \frac{V_{отн}}{\sin(V_{абс}V_{пер})}$$

Указания к решению задач:

1. Выяснить, какое движение является абсолютным, какое относительным, какое переносным.

2. Направить векторы абсолютной, относительной и переносной скоростей.

3. Простроить параллелограмм или треугольник скоростей и из него найти неизвестные величины.

Пример 7.

Наклонная плоскость АВ (рис.6) с углом ВАС, равным 45^0, движется прямолинейно с постоянной скоростью v=5 м/с. По плоскости скользит тело G со скоростью 2t. определить абсолютную скорость тела через 5 с после начала движения, считая, что в начальный момент относительная скорость тела G равнялась нулю.

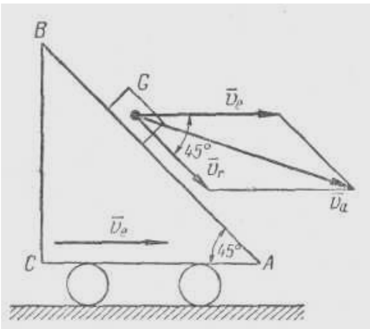


Рис.5

Решение.

Прямолинейное движение тела со скоростью 2t по движущейся плоскости – относительное $V_{отн.}$=2t. Прямолинейное движение наклонной плоскости с постоянной скоростью $V_{пер}$=5 м/с – переносное.

Таким образом, $V_{абс}=V_{пер}+V_{отн}$, угол между векторами $V_{пер}$ и $V_{отн}$ в параллелограмме скоростей = 45^0, тогда

$$V_{абс} = \sqrt{V_{пер}^2 + V_{отн}^2 + 2V_{пер}V_{отн}\cos(V_{пер}, V_{отн})} = \sqrt{5^2 + 4t^2 + 10\sqrt{2}t}$$

Определяем модуль абсолютной скорости в момент времени 5 секунд.

$V_{абс} = \sqrt{5^2 + 45^2 + 10\sqrt{2}*5} = 14$ м/с

Пример 8.

Вниз по течению реки равномерно плывет лодка, приводимая в движение гребным винтом от мотора. Скорость течения реки 4 км/ч, скорость лодки, сообщаемая ей гребным винтом по отношению к воде, составляет 8 км/ч. Определить скорость лодки относительно берегов и расстояние, которое проходит лодка вдоль берегов за 20 мин.

Решение.

1. Лодку принимаем за материальную точку, а водную массу реки – за материальную среду.

Движение лодки относительно берегов или, иначе говоря, движение лодки, наблюдаемое с берега, - это абсолютное движение.

Переносное движение лодки – ее перемещение вместе с рекой; скорость – 4 км/ч, которую сообщает лодке река, - ее переносная скорость.

Относительное движение – перемещение лодки по поверхности воды, создаваемое гребным винтом, скорость относительного движения – 8 км/ч.

2. Так как в данном случае переносное и относительное движения направлены в одну и ту же сторону, то скорость лодки относительно берегов (абсолютная скорость)

$V_{абс} = V_{реки} + V_{лодки} = 4+8 = 12$ км/ч

3. За время $t = 20$ мин $= \frac{1}{3}$ часа лодка вдоль берегов проходит расстояние

$S_{абс} = V_{абс}\, t = 12 * \frac{1}{3} = 4$ км.

Для самостоятельного решения.

Задача

С какой скоростью относительно берегов будет перемещаться лодка и какое расстояние она проплывет за 30 мин, если будет двигаться против течения?

Ответ: $V_{абс} = 4$ км/ч $\quad S_{абс} = 2$ км

Сложное движение твердого тела

Плоскопараллельным движением твердого тела называют такое движение, при котором все точки движутся в плоскостях, параллельных некоторой неподвижной плоскости.

Плоскопараллельное движение является сложным, состоящим из переносного поступательного вместе с выбранным полюсом и относительного вращательного движений вокруг полюса. Отметим, что скорость поступательного движения зависит от выбора полюса, а угловая скорость вращательного движения не зависит от выбора полюса.

Применяют три способа определения скоростей точек плоской фигуры:

1 способ. (рис.6, а)

Скорость любой точки плоской фигуры равна геометрической сумме скорости полюса V_A и скорости той же точки во вращательном движении данной фигуры относительно полюса V_{BA}: $V_B = V_A + V_{BA}$.

При этом скорость полюса V_A по существу является переносной скоростью точки B, а скорость во вращательном движении вокруг полюса V_{BA} – относительной скоростью точки B. Модуль относительной скорости $V_{BA}=\omega\, AB$, где ω – угловая скорость плоской фигуры.

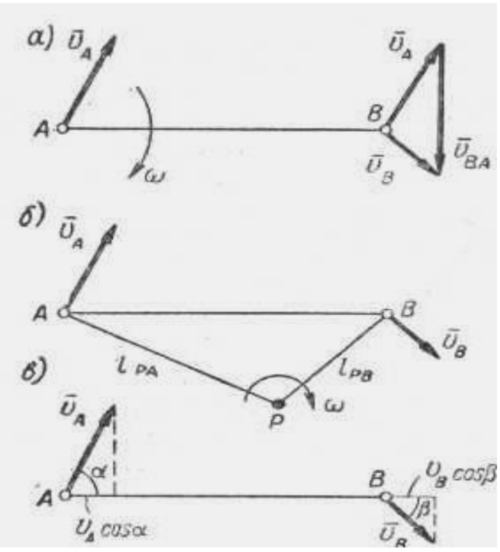


Рис.6

2 способ. (рис.6, б) В любой момент времени в плоскости фигуры можно найти такую точку P, абсолютная скорость которой равна нулю $V_P = 0$. Точку P называют мгновенным центром скоростей плоской фигуры. Скорость любой дру-

гой точки А этой плоской фигуры равна вращательной скорости той же точки вокруг мгновенного центра скоростей.

$V_A = AP\ \omega$.

<u>3 способ. (рис.6, в)</u> Если при плоскопараллельном движении фигуры известны модуль и направление одной точки А и направление другой точки В, то неизвестный модуль точки В можно определить по следующей теореме: **проекции скоростей концов неизменяемого отрезка на направление этого отрезка равны между собой, т.е. $\text{ПР}_{AB} V_A = \text{ПР}_{AB} V_B$.**

Пусть на отрезке АВ известны V_A, α, β и направление V_B. Требуется определить модуль V_B. Тогда $\text{ПР}_{AB} V_A = V_A \cos\alpha$, $\text{ПР}_{AB} V_B = V_B \cos\beta$,

Подставляя проекции скоростей в $\text{ПР}_{AB} V_A = \text{ПР}_{AB} V_B$, находим $V_B = V_A \cos\alpha / \cos\beta$.

Определение мгновенного центра скоростей.

При решении задач возможны следующие случаи:

1.Известны вектор скорости одной точки V_A и угловая скорость вращения плоской фигуры ω (рис.7, а). Мгновенный центр скоростей находится на перпендикуляре, восстановленном из точки А к направлению вектора скорости, на расстоянии $AP = V_A/\omega$.

Если мгновенный центр скоростей при движении тела остается неподвижным, то плоское движение превращается во вращательное.

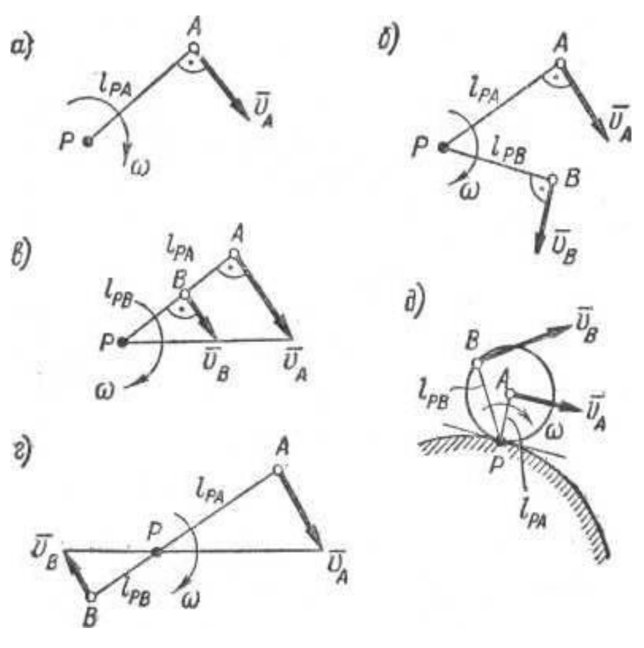


Рис. 7

2. Известны только направления скоростей двух точек А и В, причем линии действия векторов скоростей пересекаются (рис.7, б). Мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных в этих точках, к направлению их скоростей.

Так как V_A= AP ω и V_B= BP ω, то V_A/ V_B=AP/BP. Если скорости двух точек параллельны и направлены в одну сторону, а прямая, соединяющая эти точки, не перпендикулярна направлению скоростей, то тело движется поступательно

3. Известны векторы двух точек V_A и V_B, причем V_A и V_B параллельны и направлены в одну сторону (рис.7, в). Прямая, соединяющая эти точки, перпендикулярна направлению скоростей. Мгновенный центр скоростей находится на пересечении прямой, проведенной через концы векторов V_A и V_B , и продолжении прямой АВ , со стороны точки, имеющей меньшую скорость. Расстояния от мгновенного центра скоростей до точек А и В пропорциональны модулям скоростей.

V_A/AP= V_B/BP.

Если V_A = V_B, то в данный момент тело движется поступательно. В этом случае мгновенный центр скоростей находится в бесконечности. Скорости всех точек плоской фигуры геометрически равны, а скорость вращения вокруг любого полюса равна ω=0

4. Векторы V_A и V_B параллельны, но направлены в разные стороны (рис.7, г). Мгновенный центр лежит на отрезке АВ и делит его на части, пропорциональные величинам скоростей.

V_A/AP= V_B/BP

5. Плоская фигура катится без скольжения по неподвижной кривой (рис.7, г). Мгновенный центр скоростей Р находится в точке касания фигуры с кривой.

Пример 9 Стержень АВ двигается в плоскости чертежа. В момент, когда стержень занимает горизонтальное положение(рис.8, а), скорость его точки А равна 2 м/с и направлена под углом 60^0 к прямой АВ. Определить скорость точки В, если известно, что она направлена вдоль АВ.

Решение 1. Сложение переносной и относительной скоростей (рис.8, б)

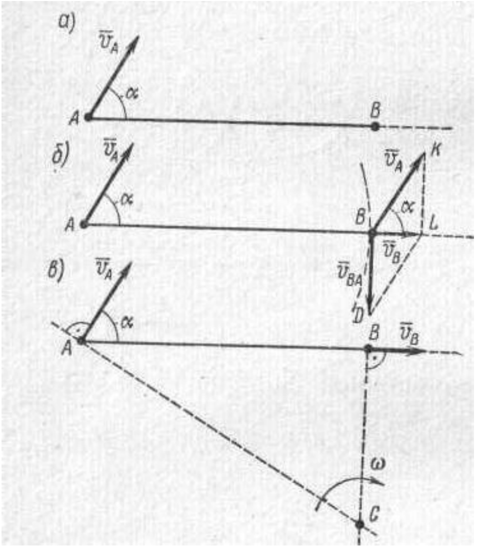


Рис. 8

1. Примем за полюс точку А. Вместе с полюсом стержень АВ движется поступательно, поэтому точка В как слагаемая скорость имеет скорость полюса, т.е. V_A, которую изобразим у точки В вектором ВК.

2. Вследствие вращения стержня вокруг полюса точка В имеет вторую слагаемую скорость V_{BA} – относительную скорость, направленную перпендикулярно к стержню.

3. Построим параллелограмм скоростей. В параллелограмме известно направление диагонали, которая изобразит искомую скорость V_B; поэтому из точки К проведем до пересечения с продолжением АВ отрезок KL, параллельный направлению относительной скорости V_{BA}. Затем из точки L проведем прямую LD, параллельную КВ (или вектору V_A), до пересечения в точке D с линией, характеризующей направление V_{BA}. Получается параллелограмм BKLD, в котором диагональ BL изображает V_B - скорость точки В.

4. Находим числовое значение V_B: Треугольник BLK – прямоугольный, поэтому $V_B = V_A \cos \alpha = 2 \cos 60^0 = 1$ м/с.

Решение 2. При помощи мгновенного центра скоростей (рис.8, в).

1. Из точек А и В проведем две прямые, перпендикулярные к направлениям скоростей V_B и V_A. Точка С пересечения этих прямых и определит положение МЦС.

2. Вращение стержня АВ вокруг МЦС С в данный момент характеризуется угловой скоростью ω. Поэтому $V_B / BG = V_A / AC = \omega$.

Отсюда $V_B = V_A$ BC/AC, но т.к. угол BCA $=\alpha$, то BC/AC = $\cos\alpha$, следовательно

$V_B = V_A \cos\alpha = 2\cos 60^0 = 1$ м/с.

Решение 3. С применением теоремы о проекциях скоростей двух точек плоского сечения.

1. В рассматриваемом случае искомая скорость V_B направлена вдоль прямой, соединяющей точки А и В, при этом известен угол между данной скоростью V_A и той же прямой АВ. Поэтому удобно применить теорему: **проекции скоростей концов неизменяемого отрезка на направление этого отрезка равны между собой.**

2. Спроектировав данную скорость V_A и искомую скорость V_B на прямую АВ (рис.4,в) и приравняв эти проекции, получим

$V_B = V_A \cos\alpha$, откуда $V_B = V_A \cos\alpha = 2\cos 60^0 = 1$м/с.

Основные понятия динамики

Предмет динамики.

В динамике изучают движение механической системы материальных точек, в связи с действующими на нее силами.

Аксиомы (законы) динамики.

В основе динамики лежат четыре аксиомы (закона), сформулированные Исааком Ньютоном.

Первая аксиома (Закон инерции). ***Всякая материальная точка сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока внешние силы не выведут её из этого состояния.***

Если тело движется прямолинейно, то на него или совсем не действуют никакие силы (идеальный случай) или действует уравновешенная система сил (реальный случай).

Всякая материальная точка обладает инертностью, т. е. она стремится сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения. Другими словами, инертность — свойство сохранять скорость (по модулю и по направлению).

Сама материальная точка, без участия внешних сил, не может изменить свою скорость.

Вторая аксиома (Основное уравнение динамики точки). ***Сила равна массе, умноженной на ускорение P = ma.***

Так как масса — величина скалярная, то вектор силы направлен в ту же сторону, что и вектор ускорения.

Чем больше масса, тем большую силу необходимо приложить к точке, чтобы изменить ее скорость. Следовательно, масса является мерой инертности.

Всякая материальная точка притягивается к Земле с силой, которую называют весом. Чем больше масса материальной точки, тем больше ее вес. Следовательно, масса является и мерой тяжести.

В применении к свободному падению (притяжению к Земле) второй закон Ньютона имеет вид mg=G, где g – ускорение свободного падения, зависящее от географической широты местности; G – сила веса тела.

Третья аксиома (Закон независимости действия сил).

Если на материальную точку действуют несколько сил одновременно, то точка имеет такое же ускорение, какое она получит от равнодействующей этой системы сил.

Это означает, что вместо того, чтобы находить ускорение материальной точки как сумму $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = P_1/m + P_2/m + \ldots + P_n/m$, достаточно определить равнодействующую и ускорение найдется как отношение $\alpha = P/m$

Действие силы на точку не зависит от того, действует ли сила одна или совместно с другими силами, а также и от того, находится ли точка в покое или в движении.

Четвертая аксиома (Закон равенства действия и противодействия). ***Действия двух тел друг на друга всегда равны и направлены в противоположные стороны.***

Если тело А действует на тело В с силой P_1; то и тело В действует на тело А с силой $P_2 = — P_1$

Идеальные и реальные связи. Связи, в которых отсутствует трение, называют идеальными. Реакции таких связей всегда перпендикулярны опорной поверхности. В природе существуют только связи с трением, их называют ***реальными.*** Полная реакция такой связи всегда отклонена от нормали

При решении задач реакцию опорной поверхности обычно представляют двумя составляющими: нормальной реакцией N и силой трения $F_{ТР}$.

При движении величина силы трения связана с нормальной реакцией законом Кулона $\mathbf{F_{ТР}= \boldsymbol{f}\, N,}$

где $\boldsymbol{f}$ — коэффициент трения движения (в отличие от коэффициента трения покоя), зависящий от материалов и обработки трущихся поверхностей и скорости их взаимного перемещения. Обычно изменением f с увеличением или уменьшением скорости пренебрегают и считают его постоянным.

Тест №13

Законы Ньютона. Сила. Единицы силы

Для каждого вопроса группы А указать правильный ответ из группы А, для каждого вопроса группы В указать правильный ответ из группы В

Вопросы группы А

1. Что называется инерцией тела?
2. В чем состоит первый закон Ньютона?
3. Как будет двигаться тело без воздействия на него других тел?
4. Что называется силой?
5. Чем характеризуется сила как вектор?
6. В чем состоит второй закон Ньютона?
7. Что называется массой тела?
8. Что такое вес тела?
9. В чем состоит третий закон Ньютона?

Вопросы группы В

1. Как математически записывается второй закон Ньютона?
2. Как математически записывается третий закон Ньютона?
3. Укажите формулу веса тела
4. Что принимается за единицу силы в СИ?
5. Как называется единица веса в СИ?

6. Что принимается за единицу силы в системе МКГСС?
7. Как называется единица веса в СИ?
8. Как движется тело под действием постоянной силы?
9. Какое соотношение между 1 килограмм-силой и 1 Н?

№ вопр.	Ответы гр.А	№ вопр.	Ответы гр.В
	…всякое воздействие на данное тело, сообщающее ускорение или вызывающее его деформацию		$a_1 m_1 = - a_2 m_2$
	…скалярная величина, являющаяся мерой инертности тела		…сила вызывает равномерное прямолинейное движение
	…величина, измеряемая силой, с которой тело притягивается к Земле		…Ньютон
	…свойство тел сохранять свое состояние покоя или прямолинейного равномерного движения		…сила вызывает равноускоренное прямолинейное движение
	Всякому воздействию соответствует равное, но противоположно направленное противодействие		P=mg
	Ускорение тела прямопропорционально действующей силе, обратнопропорционально массе и совпадает по направлению с силой		…сила, с которой притягивается к земле тело массой в 1 кг на уровне моря и на широте 45^0
	…величиной, направлением и точкой приложения		1кГ=9,8Н
	Всякое тело сохраняет состояние относительного покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока другие тела не выведут его из этого состояния		…такая сила, которая телу массой 1 кг сообщает ускорение в 1 м/с^2
	Сила, действующая на тело, прямо-		a= F/m

	порциональна массе тела и обратно-пропорциональна его ускорению		
	…равномерно и прямолинейно		1Н=9,8 кГ

Две задачи динамики материальной точки

Уравнения движения материальной точки

Свободная и несвободная материальная точка. Материальную точку, на которую не наложены никакие связи, называют свободной, а ее движение — свободным. Такая материальная точка может занимать любое положение в пространстве, и ее движение зависит только от начальных условий и действующих на нее активных (заданных) сил.

Материальную точку, на движение которой наложены какие-либо связи, называют несвободной, а ее движение несвободным.

Такая точка под действием активных сил не может, благодаря наложенным на нее связям, занимать произвольное положение или иметь произвольную скорость.

На основании второй и третьей аксиом динамики имеем

$m\alpha = P = \Sigma P_i$,

где m — масса материальной точки; α— ее ускорение; P — равнодействующая всех сил, приложенных к этой точке.

При свободном движении в ΣP_i войдут только активные силы. Если же движение несвободное, то сначала отбрасывают связи и заменяют их действие силами реакций связей (т. е. применяют принцип освобождаемости от связей). Затем несвободную материальную точку рассматривают как свободную, тогда в число ΣP_i; войдут и активные силы и реакции связей.

Обычно массу материальной точки находят как отношение ее веса G, выраженного в Н (СИ), к ускорению силы тяжести g, в м/сек^2, т. е.

$m=G/g$

Уравнения движения материальной точки в декартовой системе координат. Проектируя векторное равенство $m\alpha = P = \Sigma P_i$ на оси декартовой системы координат, получаем уравнения движения материальной точки в этой системе:

$m\alpha_x = \Sigma X_i = X$

$m\alpha_y = \Sigma Y_i = Y$

$m\alpha_z = \Sigma Z_i = Z$

где α_x, α_y, α_z — проекции ускорения;

X, Y, Z— проекции равнодействующей силы на соответствующие оси.

Так как проекция ускорения на какую-либо ось — есть первая производная от соответствующей проекции скорости или вторая производная от координаты, то эти уравнения можно записать иначе:

$$\begin{cases} m\, dx/dt = \Sigma X_i \\ m\, dy/dt = \Sigma Y_i \\ m\, dz/dt = \Sigma Z_i \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} m\, d^2x/dt^2 = \Sigma X_i \\ m\, d^2y/dt^2 = \Sigma Y_i \\ m\, d^2z/dt^2 = \Sigma Z_i \end{cases}$$

Уравнения движения, записанные в такой форме, называют дифференциальными уравнениями движения материальной точки.

Если точка движется прямолинейно, то, принимая траекторию точки за ось x, получаем $ma = \Sigma X_i$

Уравнения движения в естественных осях. Проектируя векторное равенство $m\alpha = P = \Sigma P_i$ на естественные оси, получаем уравнения движения в естественных осях:

$ma_t = P_t$

$ma_n = P_n$

где a_t и a_n -тангенциальное и нормальное ускорения точки;

P_t и P_n —проекции действующей силы (равнодействующей) соответственно на касательную и нормаль.

Эти же уравнения можно записать в дифференциальной форме:

$m\, dv/dt = P_t$

$m\, v^2/\rho = P_n$,

где v — скорость точки;

ρ — радиус кривизны траектории..

Пользуясь данными уравнениями , можно решать две основные задачи динамики точки.

Первая основная задача динамики материальной точки

По заданному закону движения

$$\begin{cases} x = f_1(t), \\ y = f_2(t), \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

и массе m материальной точки найти силу P, действующую на эту точку.

Эта задача сводится к нахождению ускорения. Методы определения ускорения зависят от способа задания движения.

Определенные проекции ускорения на декартовы (или естественные) оси координат следует подставить в уравнения движения и найти проекции действующей (равнодействующей) силы на соответствующие оси:

$X = ma_x$; $Y = ma_y$ $Z = ma_z$.

Модуль и направление силы, действующей на точку, находят по формулам:

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$\cos(P, x) = \frac{X}{P};\ \cos(P, y) = \frac{Y}{P};\ \cos(P, z) = \frac{Z}{P}$$

Аналогично решаем задачу в естественных осях:

$P_t = ma_t$; $P_n = ma_n$

Откуда $\cos(P, t) = \frac{P_t}{P}$; $\cos(P, n) = \frac{P_n}{P}$

Методические указания к решению задач

При решении первой основной задачи динамики точки рекомендуется придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать объект рассмотрения, приняв его за материальную точку. Изобразить её в текущий момент времени.
2. Приложить активные (заданные) силы, действующие на точку.
3. Освободить точку от связей в (случае несвободной точки), заменив действие отброшенных связей реакциями.
4. Выбрать систему координат.
5. Составить уравнения движения точки (в тех случаях, когда траектория точки — окружность, удобнее составлять уравнения движения в естественной форме).
6. Определить проекции ускорения на выбранные оси координат по заданному закону движения и подставить в уравнения движения.
7. Найти проекции действующей (равнодействующей) силы на оси координат.
8. При необходимости по формулам

$$P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

$$\cos(P, x) = \frac{X}{P};\ \cos(P, y) = \frac{Y}{P};\ \cos(P, z) = \frac{Z}{P}$$

$P_t = ma_t$; $P_n = ma_n$

$\cos(P, t) = P_t/P$; $\cos(P, n) = P_n/P$ определить модуль и направление искомой силы.

Пример 10 Каково натяжение троса, на котором поднимается лифт весом G=10000 Н с грузом Q = 25000 н, если за t = 2 сек скорость подъема возросла с V_0=1 м/сек до V_k = 2,5 м/сек, движение считать равноускоренным (рис.9)

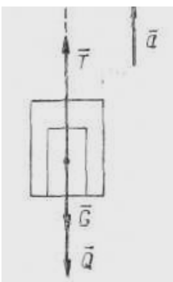


Рис. 9

Решение. Принимаем лифт с грузом за материальную точку. К материальной точке приложены активные силы: G — вес лифта; Q — вес груза. Отбрасываем связь: разрезаем трос и заменяем его действие натяжением T. Направляем ось x. В данной задаче все силы направлены вдоль оси x, поэтому достаточно составить одно уравнение движения:

$ma_x = \Sigma X = T - G - Q$

Согласно условию, лифт движется с постоянным ускорением $a_x = \dfrac{V - V_0}{t}$;

масса материальной точки $m = \dfrac{G + Q}{g}$;

Подставляем m и a_x в уравнения движения

$$ma_x = \frac{G+Q}{g} * \frac{V - V_0}{t} = T - G - Q$$

Полученное уравнение содержит одно неизвестное искомое натяжение

$T=(G+Q)\,(1+(V_к - V_0)/\,g\,t = (10000+25000)\,(1+(2{,}5-1{,}0)/(9{,}8\cdot 2) = 37700$ H

Вторая основная задача динамики материальной точки

По заданным силам $P(\Sigma P_j)$, действующим на материальную точку, и её массе m найти закон движения:

$$\begin{cases} x = f_1\,(t) \\ y = f_2\,(t) \\ z = f_3\,(t) \end{cases}$$

Зная силы, из уравнений движения можно определить ускорение. Но одного ускорения недостаточно для определения закона движения. Необходимо знать скорость и положение точки в начальный момент времени, т. е. начальные условия.

Рассмотрим простейший случай — все силы, действующие на точку, постоянны (тогда и ускорение, получаемое точкой, тоже постоянно), т. е. точка должна двигаться равноускоренно или равнозамедленно.

При решении второй задачи динамики точки необходимо придерживаться следующего порядка:

1. Принять рассматриваемый объект за материальную точку и изобразить ее в текущий момент времени.

2. Приложить активные (заданные) силы, действующие на материальную точку.

3. Освободить точку от связей (в случае несвободной точки), заменив действие связей реакциями.

4. Выбрать систему координат (если точка движется по окружности, то следует выбрать систему естественных осей).

5. Составить уравнения движения точки в выбранной системе координат.

6. Выразить проекции ускорения через искомые кинематические элементы (проекций скоростей, координаты, время) и подставить в уравнения движения.

7. Решить уравнения относительно искомых величин.

Кинетостатика материальной точки

Силы инерции

Всякое ускорение — следствие действия силы, а сила - мера механического взаимодействия двух материальных точек. Силой инерции $P_и$ материальной точки М называют произведение массы этой точки на ее ускорение, взятое с обратным знаком: $P_и = -m\alpha$

Сила инерции $P_и$ материальной точки М, движущейся под действием активной силы Р и силы реакции связи N, реально существует, но она приложена не к точке М, а к телам, механически взаимодействующим с точкой М и к связям, наложенным на эту точку.

При прямолинейном движении направление ускорения совпадает с траекторией. Если движение ускоренное, то сила инерции направлена в сторону, противоположную скорости, если замедленное, то сила инерции совпадает по направлению со скоростью.

При криволинейном движении полную силу инерции $P_и$ целесообразно разложить на две составляющие: нормальную (центробежную) силу инерции

$P_{иn}$- $m\alpha_n$ и тангенциальную (касательную) силу инерции $P_{иt} = -m\alpha_t$.

Тогда $P_и = P_{иn} + P_{иt}$

Модуль полной силы инерции определяют по формуле

$$P_u = \sqrt{P_{u\,n}^2 + P_{ut}^2} = m\sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

При решении задач обычно ограничиваются определением составляющих $P_{иn}$ и $P_{иt}$

Частные случаи:

а) движение равномерное и прямолинейное. Тогда

$dv/dt = \alpha_t = 0$; $\rho = \infty$ и $P_и = m\sqrt{(dv/dt)^2 + (v^2/\rho)^2} = m\sqrt{0 + (v^2/\infty)^2} = 0$

б) движение прямолинейное с постоянным ускорением α.

Тогда $dv/dt = \alpha_t = \alpha$; $\rho = \infty$ и $P_и = m\sqrt{\alpha^2 + (v^2/\infty)^2} = m\,\alpha$

в) равномерное движение по окружности радиусом r с угловой скоростью ω. Тогда $dv/dt = 0$; $\rho = r$; $v = \omega r$; $P_и = m\sqrt{(0)^2 + (\omega^2 r^2/r)^2} = m\,\omega^2 r$

г) равноускоренное движение по окружности радиусом r с угловым ускорением ε. При этом $dv/dt = \alpha_t = \varepsilon r$; $\rho = r$; $v = \omega r$ и

$P_и = m\sqrt{(\varepsilon r)^2 + (\omega^2 r^2/r)^2} = m r \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$

Полную силу инерции лучше представить двумя составляющими тангенциальной $P_{иt} = m\,\varepsilon\, r$ и нормальной $P_{иn} = m\,\omega^2 r$

Принцип Даламбера (кинетостатики)

Принцип Даламбера для материальной точки формулируется следующим образом: в каждый момент времени все силы, действующие на точку, уравновешиваются силой инерции, т. е.

$\Sigma P + P_И = 0$.

Проектируя векторное равенство на оси декартовой системы координат, получаем три скалярных равенства:

$$\begin{cases} \Sigma X + P_{Иx} = 0 \\ \Sigma Y + P_{Иy} = 0 \\ \Sigma Z + P_{Иz} = 0, \end{cases}$$

где $P_{Иx}$, $P_{Иy}$, $P_{Иz}$ —проекции силы инерции на соответствующие оси. Проектируя на естественные оси, получаем:

$\Sigma P_t + P_{иt} = 0$

$\Sigma P_n + P_{иn} = 0$

При этом в число действующих сил ΣP входят активные силы и реакции связей.

Принцип Даламбера позволяет задачи динамики решать как статические. Добавив силы инерции, можно применять все теоремы, законы и правила, доказанные и принятые в статике. Раздел, связанный с принципом Даламбера, получил название «кинетостатика» (что означает статика в движении).

В механической системе материальных точек, некоторым образом связанных между собой, можно рассматривать кинетостатическое равновесие не только каждой точки, но и всей системы в целом и любой ее части. При этом необходимо прикладывать силы инерции к каждой материальной точке.

Всякое твердое тело можно представить как систему материальных точек. Приложив к каждой точке силу инерции и сложив их, определяем силу инерции твердого тела. Она приложена в центре его тяжести С и равна

$P_И = - m\alpha_t$, где m — масса тела, а α_t — ускорение центра тяжести. Принцип Даламбера для движущегося тела имеет такое же выражение, как и для материальной точки:

$\Sigma P_i + P_и = 0$, где ΣP_i — сумма всех сил, действующих на тело (активных сил и реакций связей).

Для направления вектора силы инерции необходимо знать направление ускорения. Выберем любое направление и решим задачу. Если в результате решения ускорение получается со знаком «плюс», то направление выбрано верно, если со знаком «минус», значит, надо изменить его на противоположное.

Необходимо учитывать, что только при решении задач методом кинетостатики необходимо добавлять силы инерции.

Применение принципа Даламбера при решении задач

Приступая к решению задач, в которых рассматривается несвободная материальная точка, нужно, прежде всего, выявить действующие на точку активные силы (движущие силы и силы сопротивления), а также реакции связей (пассивные силы).

Выявив действующие силы, необходимо определить, находятся они в равновесии или нет? Этот вопрос в зависимости от заданных условий решается двояко.

Если, например, известно, что точка движется равномерно и прямолинейно, значит, система сил уравновешена; если же известно, что точка двигается неравномерно или имеет криволинейную траекторию, то система сил неуравновешенна.

Если система сил задана (все силы системы известны), то, определив проекции сил на оси координат, можно установить равновесие или неравновесие системы. В случае, когда суммы проекций всех сил на каждую из осей равны нулю, заданная система сил уравновешена; когда же сумма проекций всех сил хотя бы на одну из осей не равна нулю, система сил неуравновешенна; в первом случае точка движется равномерно и прямолинейно, во втором случае - имеет ускорение (вторая задача динамики).

При решении различных технических задач особенно важное значение приобретает случай, когда на материальную точку действует неуравновешенная система сил. В подобных случаях целесообразно решать задачи, применяя так называемый метод кинетостатики или принцип Даламбера, который формулируется так:

Активные силы, реакции связей и сила инерции образуют уравновешенную систему сил.

Применяя принцип Даламбера, необходимо очень хорошо понимать сущность силы инерции. Нужно помнить, во-первых, что сила инерции, численно равная произведению массы точки на приобретенное ускорение, всегда направлена в сторону, противоположную вектору ускорения;

во-вторых, что сила инерции в действительности не приложена к рассматриваемой в задаче материальной точке; она условно прикладывается к этой точке; фактически сила инерции приложена к двигающему телу или к связи;

в-третьих, что равновесие сил, которое образуется после добавления силы инерции к силам, приложенным к точке,- равновесие фиктивное; но оно позволяет воспользоваться для решения задачи уравнениями равновесия из статики.

При решении задач с применением метода кинетостатики рекомендуется придерживаться такой последовательности:

1. Выделить точку, движение которой рассматривается, и изобразить ее на рисунке;
2. Выявить все активные силы и изобразить их приложенными к точке на рисунке;
3. Освободить точку от связей, заменить связи их реакциями и также изобразить их на рисунке;
4. Добавить к полученной системе сил силу инерции;
5. Рассмотреть образовавшуюся уравновешенную систему сил и в зависимости от вида системы сил выбрать наиболее рациональный способ решения.

Задача 1.

По наклонной плоскости (рис. 10) АВ длиной 4 м с углом подъема α=15^0 равноускоренно поднимают груз весом G= 200 Н, постоянной силой Р=65Н, направленной параллельно наклонной плоскости. Определить, сколько времени потребуется, чтобы переместить груз на расстояние АВ, если коэффициент трения при движении груза по наклонной плоскости f=0,05

Решение.

1. Изобразим тело на наклонной плоскости с приложенными к нему силами G и P, а также силой трения $F_{тр}$ и нормальной реакцией N наклонной плоскости. Находясь под действием этих сил, тело движется по наклонной плоскости с постоянным ускорением α.

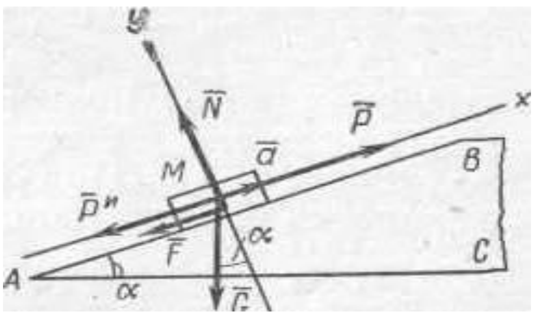


Рис. 10

2. Груз перемещается равноускоренно, без начальной скорости. Время движения можно определить из уравнения движения $S = \frac{at^2}{2}$, откуда $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$, но предварительно необходимо определить ускорение α
3. Так как груз движется с ускорением, то силы G, P, N, F, приложенные к нему, не образуют уравновешенной системы. Приложим к грузу силу инерции $P_и = mα = \frac{Ga}{g}$, направив ее в сторону, противоположную ускорению α. Теперь система пяти сил G, P, N, $F_{тр}$, $P_и$ является уравновешенной.
4. Выберем системы координат, спроектируем все силы на оси, получим два уравнения равновесия:

$$\begin{cases} \Sigma X=0;\ P-G\sin\alpha-F_{тр}-P_и=0 \quad (1) \\ \Sigma Y=0;\ N-G\cos\alpha=0 \quad (2) \end{cases}$$

5. Из уравнения (1) найдем $P_и = P-G\sin\alpha-F_{тр}$, где $F_{тр}=fN$

Нормальное давление найдем из уравнения (2) $N= G\cos\alpha$

Поэтому $P_и= P-G\sin\alpha- f\,G\cos\alpha=3{,}6$ Н

6. Из выражения $P_и = mα = \frac{Ga}{g}$ найдем ускорение

$$a = \frac{P_и g}{G} = \frac{3{,}6*9{,}81}{200} = 0{,}18\ \text{м/с}^2$$

7. Подставив значение ускорения в выражение $t = \sqrt{\frac{2S}{a}}$, найдем время перемещения груза по всей длине наклонной плоскости

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2*4}{0{,}18}} = 6{,}7\ \text{с}$$

Применение принципа Даламбера при решении задач на криволинейное движение точки

Как известно из кинематики, при движении материальной точки по криволинейной траектории ее ускорение α имеет два составляющих ускорения: $α_t$ - касательное (тангенциальное) и $α_n$ - нормальное (центростремительное).

Из динамики уже известно, что ускорение α, приобретенное точкой, есть результат действия определенной системы сил.

Равнодействующая Р этой системы и ускорение и находятся в зависимости, выражающей основной закон динамики точки: Р=mα

Если уравновесить силу Р приложением к точке силы инерции $P_и$, а затем разложить ее на две составляющие $P_{ит}$ $P_{ип}$ соответственно по нормали и по касательной, то эти составляющие будут находиться в зависимости от нормальных и касательных ускорений , определяемых такими векторными равенствами: $P_{ит}$= -$m\alpha_t$ и $P_{ип}$= - $m\alpha_n$

В задачах на криволинейное движение точки в основном рассматривается нормальная (центробежная) сила инерции $P_{ип}$.

Числовое значение нормальной (центробежной) силы инерции можно следующими формулами: $P_{ип}$= - $m\alpha_n$. Заменим здесь $a_n = \frac{V^2}{\rho}$; $P_{ин} = \frac{mV}{\rho}$

Если материальная точка, рассматриваемая в задаче, связана с каким-либо вращающимся телом, то скорость точки удобнее выражать через угловую скорость тела v= ωr и тогда $P_{ип}$=m ω^2 r

Если в последней формуле выразить массу точки через ее вес $m = \frac{G}{g}$, а угловую

скорость тела – в об/мин $\omega = \frac{\pi n}{30}$, то $P_{ин} = \frac{G\rho\pi^2 n^2}{g900}$; если учесть,

что π^2= g (9,86≈9,81), поэтому $P_{ин} \approx \frac{G\rho n^2}{900}$

Эта формула дает приближенное значение центробежной силы ; но она очень удобна при решении многих задач. Последовательность решения задач на криволинейное движение при помощи метода кинетостатики та же.

Методические указания к решению задач

При решении задач с применением принципа Даламбера необходимо придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать объект рассмотрения, принять его за материальную точку (систему материальных точек) и изобразить ее в текущий момент времени. Выбрать направление ускорения.
2. Приложить все активные (заданные) силы, действующие на точку.
3. Освободить точку от связей, заменив их действие реакциями.

4. Добавить силы инерции.

5. Составить уравнения кинетостатического равновесия.

6. Решить полученные уравнения, число которых должно быть равно числу неизвестных величин, входящих в уравнения.

Задача 2.

Шарик, масса которого m=0,5 кг, привязан к нити длиной 0,7 м (рис.11) Нить вместе с шариком вращается в вертикальной плоскости, затрачивая на один оборот 1 сек. Определить натяжение шнура в моменты высшего и низшего положения шарика, считая, что скорость остается постоянной при перемещении во всей длине окружности.

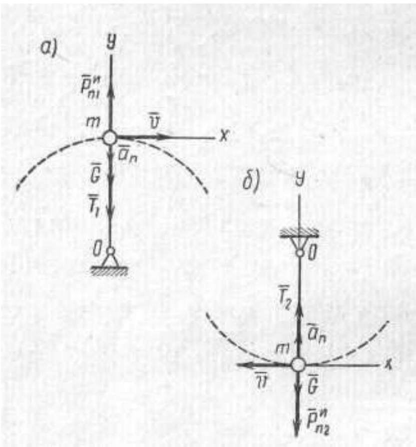


Рис. 11

Решение.

1. В соответствии с условием задачи считаем, что шарик движется равномерно по окружности, радиус которой равен длине (r = 0,7 м). Следовательно, его скорость $V = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2*3{,}14*0{,}71}{1} = 4{,}4 м/с$

Оставаясь численно неизменной, скорость точки непрерывно изменяет направление, значит, точка имеет нормальное ускорение $a_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{4{,}4^2}{0{,}7}$ =27,6 м/с^2

2. Рассмотрим движущийся шарик в тот момент, когда он проходит через верхнюю точку траектории (Рис. 11, а).

На шарик действуют две силы: его вес G и реакция нити T_1, равная ее натяжению. Заметим, что обе силы направлены в одну сторону - к точке O подвеса, так как вес всегда направлен вертикально вниз. Реакция гибкой связи всегда направлена вдоль нити от тела, которое удерживается нитью. Шарик, привязанный к нити и приведенный в движение, стремится согласно закону инерции двигаться равномерно и прямолинейно и поэтому он постоянно натягивает нить.

3. Добавим к силам G и T силу инерции $P_{ип}$, направив ее в сторону, противоположную ускорению α_n. Образовав, таким образом, уравновешенную систему сил, получим уравнение равновесия $\Sigma Y_i=0$; $P_{ип1}$- G - T_1=04. Из уравнения равновесия находим T_1, учитывая, что $P_{ип1}= m\alpha_n$ и $G = mg$:

$T_1= P_{ип1}-G=m(\alpha_n-g)$, подставляя в это выражение числовые значения:

$T_1 = 0,5 (27 ,6- 9,81) = 0,5* 17,8 = 8,9$ Н.

Таким образом, находясь в верхнем положении, двигающийся шарик натягивает нить силой 8,9 Н.

Отметим, что натяжение нити будет ослабевать при уменьшении скорости движения шарика. Следовательно, для того чтобы шарик при движении в вертикальной плоскости смог пройти верхнюю точку траектории с заданным радиусом кривизны р, он должен иметь в этой точке определенную скорость.

5. Рассмотрим теперь движущийся шарик в момент прохождения им нижней точки траектории (Рис.11, б)

В этом положении на шарик действуют также две силы: вес G и реакция нити T_2, но в отличие от предыдущего случая эти силы, действуя вдоль одной прямой, направлены в противоположные стороны.

6. Добавим к силам G и T_2 силу инерции $P_и$ и составим уравнение равновесия:

$\Sigma Y_i =0$; $T_2 - G - P_{ип2}=0$

7. Находим T_2: $T_2 = G + P_{ип2}= m (g+\alpha_n) = 0,5 (9,81 +27,6) = 18,7$ Н.Как видно, при прохождении через нижнюю точку траектории шарик создает наибольшее натяжение.

Пример 11

Тело под действием собственного веса (Рис.12)скользит по негладкой наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол а = 45°. Определить ускорение движения, если коэффициент трения тела о плоскость f = 0,3

а) б)

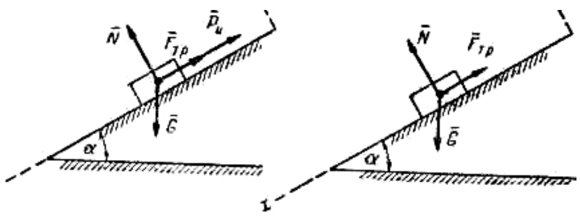


Рис. 12

Решение. Принимаем тело за материальную точку. Изобразим его на наклонной плоскости (Рис.12,а). Очевидно, что скорость v и ускорение α направлены вниз по наклонной плоскости. На материальную точку действует одна активная сила — вес G. Отбросим связь-плоскость и приложим нормальную реакцию N и силу трения $F_{ТР}$. Добавим силу инерции $F_и$; получим согласно принципу Даламбера уравновешенную систему сил. Направим оси координат x и у и составим уравнения кинетостатического равновесия:

$$\begin{cases} \Sigma X = 0 \quad G \sin a - F_{тр} - P_и = 0; \\ \Sigma Y = 0, \quad N - G \cos a = 0. \end{cases}$$

Из второго уравнения следует

$N = G \cos a$, тогда

$F_{Тр} = fN = fG \cos a$.

Подставим в первое уравнение найденное значение $F_{тр}$ и $P_и = m\,a = G\,a/g$:

$G \sin a - f\,G \cos a - G\,\alpha/g = 0$.

Решаем это уравнение относительно искомого ускорения:

$a = g(\sin a - f\cos a) = 9{,}81(\sin 45° - 0{,}3\cos 45°) = 4{,}84$ м/сек^2

Для сравнения решим эту же задачу при помощи уравнений движения (рис.12, б) Примем тело за материальную точку. Отбросим связь. На материальную точку действуют: G—сила веса; N— нормальная реакция; $F_{Тр}$ —сила трения. Составим уравнения движения:

$$\begin{cases} ma_x = \Sigma X = G \sin a - F_{тр}, \\ ma_y = \Sigma Y = N - G \cos a. \end{cases}$$

Согласно условию, $\alpha_y = 0$, тогда из последнего уравнения находим

$N = G\cos a$. Следовательно ,

$F_{тр} = f\,N = fG \cos\alpha$.

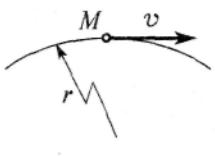
Подставим в первое уравнение значения $F_{тр}$ и $m = G/g$:

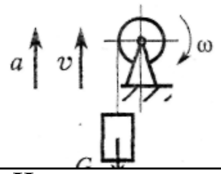
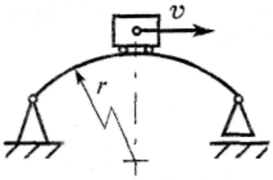
$G\,\alpha_x / g = G \sin\alpha — f G \cos\alpha.$

Искомое ускорение равно

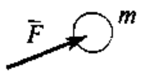
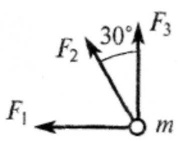
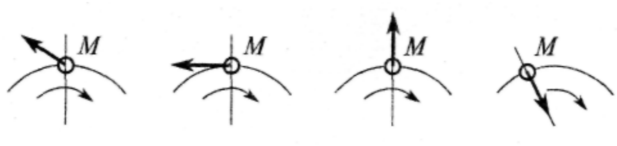
$\alpha_x = \alpha = g\,(\sin\alpha - f \cos\alpha) = 4{,}84$ м/сек^2

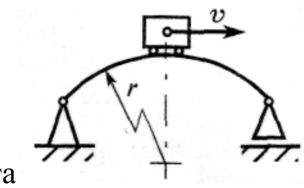
Тест №14 ДИНАМИКА Вариант 1

Вопросы	**Ответы**	Код
1. К двум материальным точкам $m = 2$ кг и $m_2 = 8$ кг приложены одинаковые силы. Сравнить величины ускорений, с которыми будут двигаться эти точки	$a_1 = \frac{a_2}{2}$	1
	$a_1 = a_2$	2
	$a_1 = 2a_2$	3
	$a_1 = 4a_2$	4
2. Свободная материальная точка, масса которой равна 8 кг, движется прямолинейно согласно уравнению $S=2{,}5t^2$ Определить действующую на нее силу	F=16H	1
	F=20H	2
	F=40H	3
	F=80H	4
3. Точка М движется криволинейно и неравномерно. Выбрать формулу для расчета нормальной составляющей силы инерции 	ma	1
	$m\varepsilon r$	2
	$m\frac{V^2}{r}$	3
	$m\sqrt{(\varepsilon r)^2 + (\frac{V^2}{r})^2}$	4
4. Определить силу натяжения троса барабанной лебедки, перемещающего вверх груз массой 100 кг с ускорением $a = 4$ м/с^2	400 Н	1
	981 Н	2

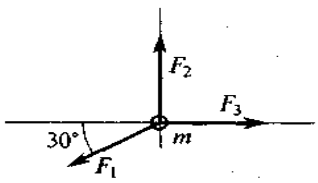
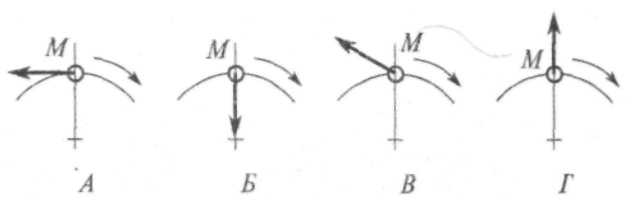
	1381 Н	3
	1621 Н	4
5. Чему равна сила давления автомобиля на мост при скорости V= 20 м/с, когда он находится на середине моста, если вес автомобиля G =35 кН, а радиус кривизны моста r = 800 м? 	27,25 кН	1
	33,22 кН	2
	35 кН	3
	36,75кН	4

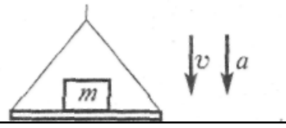
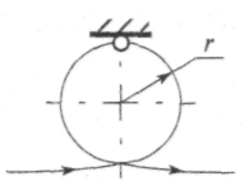
Тест № 14 ДИНАМИКА вариант 2

Вопросы	**Ответы**	**Код**
1. На материальную точку действует одна постоянная сила. Как будет двигаться точка? 	Равномерно прямолинейно	1
	Равномерно криволинейно	
	Неравномерно прямолинейно	3
	Неравномерно криволинейно	4
2. Определить числовое значение ускорения материальной точки массой 5 кг под действием системы сил F_1 = 10 кН; F_2 = 2 кН; F_3 = 8 кН 	*а=4 м/с*^{2}	1
	а=3,6 м/с^2	2
	а=2,9 м/с^2	3
	а=6,3 м/с^2	4
3. Точка М движется равномерно по кривой радиуса *г.* Выбрать направление силы инерции 	А	1
	Б	2
	В	3
	Г	4
4. Определить силу давления человека на пол кабины лифта в случае, если лифт поднимается с ускорением a — 3 м/с^2. Вес человека (7= 700 Н, q = 9,81 м/с^2	506 Н	1
	679 Н	2
	700 Н	3
	914Н	4

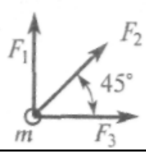
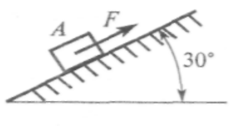
5. Мотоцикл движется по выпуклому мостику со скоростью V = 20 м/с. Масса мотоциклиста с мотоциклом m= 200 кг, радиус мостика r= 100 м. Определить силу давления мотоцикла на мост при нахождении его по-	2762 кН	1
	800 кН	2
	1962 кН	3
 середине моста	1162 кН	4

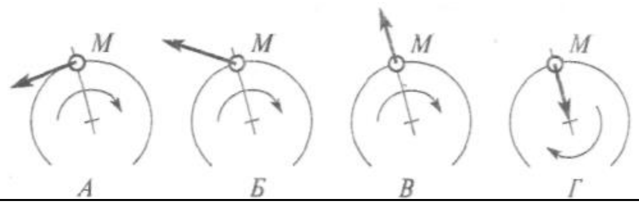
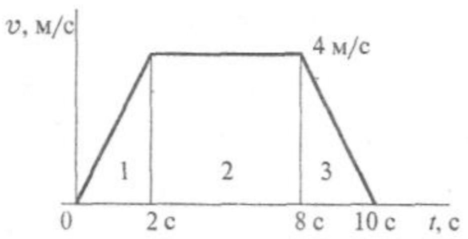
Тест № 14 ДИНАМИКА вариант 3

В о п р о с ы	**О т в е т ы**	Код
1. Свободная материальная точка, масса которой равна 16 кг, движется прямолинейно согласно уравнению $S = 1,6t^2$	157 Н	1
	208,2 Н	2
	25,6 Н	3
Определить действующую на нее силу	51,2 Н	4
2. На материальную точку действует система сил F_1=12 Н; F_2=20 Н; F_3=15 Н. Определить числовое значение ускорения точки m = *5кг*	73,7 м/с^2	1
	2,9 м/с^2	2
	0,9 м/с^2	3
	9,4 м/с^2	4
3. Точка движется ускоренно по дуге радиуса *r*. Выбрать возможное направление сил инерции	А	1
	Б	2
	В	3
	Г	4
4. Тело массой 8 кг лежит на горизонтальной платформе, которая опускается вниз с ускорением 2 м/с^2. Определить силу давления тела на	156,9 Н	1
	94,5 Н	2

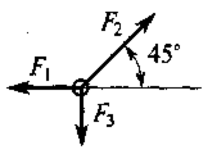
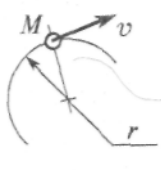
платформу 	78,5 Н	3
	62,5 Н	4
5. Чему равна сила давления тела массой 70 кг на опору в верхней точке мертвой петли при равномерном движении самолета со скоростью 120 м/с? Радиус петли 1,2 км 	153,3 кН	1
	428 кН	2
	1128 кН	3
	700 кН	4

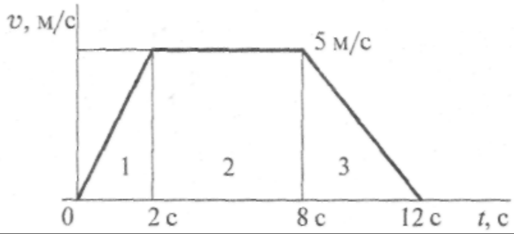
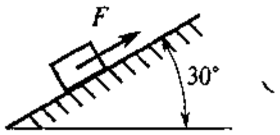
Тест № 14 ДИНАМИКА вариант 4

Вопросы	**Отве-**	Код
1. Какое ускорение получит свободная материальная точка под действием силы, равной 0,5 ее веса?	a =1,92 м/с^2	1
	a = 9,8 м/с^2	2
	a = 4,9 м/с^2	3
	a = 0,5 м/с^2	4
2. Материальная точка движется под действием системы сил: F_1 = 10 Н; F_2 = 20 Н; $P_г$ = 15 Н; т = 10 кг Определить величину ускорения точки 	a = 2 м/с^2	1
	a=3,8 м/с^2	2
	a=4,5 м/с^2	3
	a=6,2 м/с^2	4
3. Определить натяжение тягового каната скрепера *А* весом 30 Н, перемещающегося с ускорением 2 м/с^2. Коэффициент трения между поверхностями f=0,25 	F=16 Н	1
	F= 20,5 Н	2
	F=27,6 Н	3
	F =22 Н	4
4. Точка движется равномерно по дуге радиуса *г*. Выбрать	А	1

возможное направление силы инерции 	Б	2
	В	3
	Г	4
5. В шахту опускается лифт весом 4,5 кН. График изменения скорости лифта показан на рисунке. Определить силу натяжения каната, поддерживающего лифт (на участке 1) 	$F_Н$ = 4,5 кН	1
	$F_Н$ = 3,6 кН	2
	$F_Н$ = 5,4 кН	3
	$F_Н$ = 13,5кН	4

Тест № 14 ДИНАМИКА вариант 5

Вопросы	**Ответы**	Код
1. Через 5 секунд движения под действием постоянной силы материальная точка приобрела скорость 15 м/с. Сила тяжести 600 Н. Определить величину силы, действующей на точку.	F=92,5Н	1
	F=183Н	2
	F=421Н	3
	F= 600 Н	4
2. Материальная точка движется под действием системы сил. Определить величину ускорения точки F_1 = 18 Н; F_2 = 30 Н; F_3 = 25 Н; m = 2 кг 	a = 2,5 м/с^2	1
	a = 7,5 м/с^2	2
	a = 9 м/с^2	3
	a = 3,5 м/с^2	4
3. Точка *M* движется неравномерно криволинейно. Выбрать формулу для расчета силы инерции 	$F_{ин} = ma$	1
	$F_{ин} = m\frac{V^2}{r}$	2
	$F_{ин} = -ma_t$	3
	$F_{ин}=m\sqrt{a_t^2+a_n^2}$	4
4. График изменения скорости лифта при подъеме показан на рисунке. Определить силу натяжения каната, на котором подвешен лифт, если вес лифта 5,5 кН (участок 3)	4,1 кН	1
	5, 5 кН	2

	4,8 кН	3
	6,2 кН	4
5. Тело массой 300 кг поднимается вверх по наклонной плоскости согласно уравнению $S=2,5t^2$ Коэффициент трения f= 0,2 Определить величину движущей силы 	1,98 кН	1
	2,7 кН	2
	3,5 кН	3
	4,9 кН	4

Ответы к тесту № 14:

Вопросы	1	2	3	4	5
Вариант 1	4	3	3	3	2
Вариант 2	3	3	3	4	4
Вариант 3	4	2	3	4	1
Вариант 4	3	2	3	3	2
Вариант 5	2	1	4	3	3

Работа и мощность.

Работа постоянной силы на прямолинейном пути.

Произведение модуля силы P на длину пути s пройденного точкой приложения этой силы, и косинуса угла между направлениями силы P и скорости точки называют работой, обозначаемой A, т. е. A= P s cos (P,v)

В зависимости от угла (P, v) = α различают следующие случаи:

1. Если 0<α< π/2 , то силы называют движущими. Движущие силы направлены в сторону движения.. При этом O < cos a < 1 и

A = P s cos α >0.

Работа движущих сил всегда положительна.

В частном случае cos = 1 при α = 0, A = P s

2. Направление силы перпендикулярно направлению движения. При этом $\alpha = \pi/2$; $\cos\alpha = 0$ и $A=0$

3. Если, $\pi/2 < \alpha < \pi$, то силы называют силами сопротивления.

Они направлены против движения. При этом $-1 < \cos\alpha$

$A = P\, s \cos\alpha < O$.

Работа сил сопротивления всегда отрицательна. В частном случае $\cos\alpha = -1$ при $\alpha = \pi$; $A = -P\, s$.

В системе (СИ) работа измеряется в джоулях (дж) : 1 дж = 1 Н* 1 м

Работа переменной силы на криволинейном пути.

В общем случае, когда сила переменная и путь криволинейный, работу определяют по формуле $A = \int_0^s P \cos a ds$, где α — угол между направлениями силы и скорости; s – путь вдоль криволинейной траектории.

Работа равнодействующей.

Если на некотором перемещении работу совершает система сил (P_1, P_2, …$P_п$), то алгебраическая сумма работы этих сил равна работе равнодействующей R на этом же перемещении, т. е. $A_R = \Sigma A_{Pi}$

Работа сил тяжести

Работа сил тяжести не зависит от формы траектории и равна произведению силы тяжести G на разность начальной h_1 и конечной h_2 высот, т. е. $\mathbf{A = G(h_1 — h_2)}$**.**

Если начальная высота расположена выше $h_1 > h_2$, то работа силы тяжести положительна; если конечная высота выше $h_1 < h2$, то работа силы тяжести отрицательна; если начальная и конечная высоты находятся на одном уровне $h_1 = h_2$, то работа силы тяжести равна нулю.

Работа при скольжении тела по негладкой наклонной плоскости

На тело, скользящее по негладкой наклонной (рис.12), действуют следующие силы: G— вес тела; T —движущая сила; $F_{тр}$ — сила трения скольжения; N — нормальная реакция поверхности (рис.13). Полная работа этих сил на перемещении L равна $\Sigma A = A_G + A_T + A_N + A_{Fтр}$

При этом сила тяжести совершает положительную или отрицательную работу (в зависимости от того, опускается тело или поднимается) $A_G = \pm Gh = \pm Gl \sin a$.

Движущая сила совершает положительную работу.

Нормальная реакция работы не производит $A_N=0$

Сила трения совершает отрицательную работу

$A_{Fтр} = — F_{тр}\ l = - f\ N\ l = - f\ (G \cos\alpha — T \sin\beta)\ l$.

Таким образом,

$\Sigma A = [T \cos\beta \pm G \sin\alpha — f\ (G \cos\alpha — T \sin\beta)]$

Движение вверх по наклонной плоскости (рис.13,а)

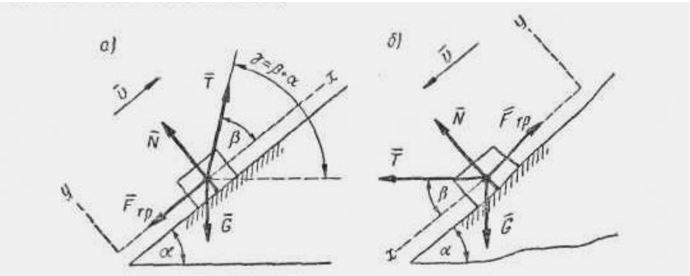


Рис.13

В этом случае сила веса G совершает отрицательную работу.

а) Полная работа положительна $\Sigma A > 0$ (работа движущей силы T больше работы сил сопротивления $F_{тр}$ и G — движение равноускоренное). Тогда

$T > G (\sin\alpha + f\cos\alpha) / (\cos\beta + f\sin\beta)$

При этом, если тяговое усилие T направлено вдоль наклонной ($\beta = 0$), то

$T > G(\sin\alpha + f\cos\alpha)$

Если тяговое усилие горизонтально ($\beta = —\alpha$), то

$T > G (\sin\alpha + f\cos\alpha) / (\cos\alpha - f\sin\alpha)$

б) Полная работа равна нулю $\Sigma A = 0$ (работа движущей силы равна работе сил сопротивления — движение тела с постоянной скоростью, либо тело находится на грани между покоем и движением). Тогда

$T = G (\sin\alpha + f\cos\alpha) / (\cos\beta + f\sin\beta)$

в) Полная работа отрицательна $\Sigma A < 0$ (работа движущей силы меньше работы сил сопротивления — движение равнозамедленное). Тогда

$T < G (\sin\alpha + f\cos\alpha) / (\cos\beta + f\sin\beta)$

Движение вниз по наклонной плоскости (Рис.13,б)

В этом случае вес G совершает положительную работу.

а) $\Sigma A > 0$ —движение ускоренное.

Тогда $T > G(-\sin\alpha + f\cos\alpha)/(\cos\beta + f\sin\beta)$

при $\beta = 0$

$T > G(-\sin\alpha + f\cos\alpha)$

при $\beta = \alpha$

$T > G(-\sin\alpha + f\cos\alpha)/(\cos\alpha + f\sin\alpha)$

б) $\Sigma A = 0$ — движение равномерное, либо тело находится на грани между движением и покоем. Тогда

$T = G(-\sin\alpha + f\cos\alpha)/(\cos\beta + f\sin\beta)$

в) $\Sigma A < 0$ —движение замедленное.

$T > G(-\sin\alpha + f\cos\alpha)/(\cos\alpha + f\sin\alpha)$

Самоторможение. При движении вниз движущей силой является не только сила тяги, но и вес. Поэтому движение возможно и без приложения силы тяги под действием собственного веса. При этом если угол трения φ больше угла наклонной плоскости α, тело не двигается вниз, а если оно имеет первоначальную скорость, то оно тормозится. Это явление называют самоторможением. Очевидно, при $\varphi = \alpha$ тело равномерно скользит вниз по наклонной плоскости, при $\varphi < \alpha$ — ускоренно.

Работа сил при вращательном движении твердого тела

Работа постоянной силы P, приложенной к телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси Z, равна произведению момента этой силы M_z относительно оси вращения поворота тела, т.е. $A = Ph\varphi = M_z\varphi$, где h—плечо силы, относительно оси вращения. При действии переменного момента работу на конечном угловом перемещении φ определяют по формуле $\mathbf{A = \int M_z\, d\varphi}$

Работа при вращательном движении твердого тела вокруг неподвижной оси z равна работе суммы моментов всех сил, приложенных к телу, относительно этой оси, $A = \Sigma M_z\varphi$

При этом тело вращается ускоренно, если $A = \Sigma M_z\varphi > 0$

Тело вращается с постоянной скоростью, если $A = \Sigma M_z\varphi = 0$

Тело вращается замедленно, если $A=\Sigma M_z \varphi<0$

Мощность. Золотое правило механики

Величину работы, совершаемую в единицу времени, называют мощностью.

Если работа, производимая машиной в равные промежутки времени, не одинакова, то мощность является переменной величиной. В таких случаях вводят понятие средней мощности, равное отношению всей работы A к промежутку времени Δt, за который она совершена $N_{cp} = \frac{A}{t}$

Мощность в данный момент равна первой производной от работы по времени: $N_{cp} = \frac{dA}{dt}$

Мощность силы P при поступательном движении твердого тела равна произведению модуля силы на модуль скорости и косинус угла между направлениями силы и скорости:

N = PV cos (P, v),

Мощность момента силы M при вращательном движении твердого тела равна произведению величины момента на угловую скорость вращения:

$N_м = M\omega$

Мощность имеет размерность дж/сек.

Определение мощности по крутящему моменту.

В расчетах для определения мощности по крутящему моменту применяют зависимость $M_{кр} = 9560\ N/n$, где N выражено в кВт, а n — в об/ мин

Движущие силы, силы полезных и вредных сопротивлений.

При работе к машине приложены:

1. Движущие силы — силы, которые приводят машину в движение. Работа движущих сил всегда положительна, поскольку направление их всегда совпадает с направлением движения.

2. Силы полезных сопротивлений — силы, для преодоления работы которых и создана машина. Работа сил полезных сопротивлений всегда отрицательна, так как машина совершает работу против сил полезного сопротивления.

3. Силы вредных сопротивлений — силы, появляющиеся в механизмах машины вследствие ее несовершенства (силы трения, сопротивления среды и т. д.). Работа сил вредных сопротивлений всегда отрицательна, так как они направлены против движения.

Золотое правило механики.

В идеальных машинах и механизмах силы вредных сопротивлений отсутствуют, поэтому мощность движущих сил равна мощности сил полезного сопротивления: $N_{дв.}=N_п$

Пусть к механизму приложены две силы: движущая P и сила полезного сопротивления Q. Соответственно проекции скоростей точек приложения сил P и Q на направления самих сил равны V_p и V_Q. Тогда $N_{дв.} = PV_P$ и $N_п=QV_Q$ или по $N_{дв.}=N_п$; $PV_P = QV_Q$.

Это равенство называют золотым правилом механики. Его формулируют так: **сколько выигрываем в силе, столько теряем в скорости,** и наоборот.

Золотое правило можно выразить через перемещения**: сколько выигрываем в силе, столько теряем в перемещении.** В идеальном механизме работа движущих сил за любой промежуток времени равна работе сил полезного сопротивления: $A_д=A_п$; тогда $PS_p = QS_Q$, где S_p и S_q — проекции перемещений точек приложения сил P и Q на направления самих сил.

Золотое правило механики позволяет находить зависимость между движущей силой P и полезным сопротивлением Q для любого идеального механизма. В реальном механизме всегда присутствуют силы вредного сопротивления, поэтому выигрыш в силе всегда меньше величины,

получаемой по золотому правилу механики:

$Q=\frac{\eta PV_P}{V_Q}=\frac{\eta PS_P}{S_Q}$; где ŋ — коэффициент полезного действия, характеризующий степень совершенства механизма (машины).

Тест №15 Работа и мощность

<u>Вопросы группы А</u>

1. Что называется механической работой?

2. Совершается ли механическая работа, если на движущееся тело действуют взаимно уравновешивающиеся силы?

3. Совершается ли работа, если при действии силы на тело оно не перемещается?

4. Какой вид имеет формула работы, когда направление силы совпадает с направлением пути?

5. Какой вид имеет формула работы, когда сила направлена под углом к направлению пути?

6. Что принимается за единицу работы в СИ?

7. Какой вид имеет формула работы, совершаемой под действием силы тяжести?

8. Какой формулой устанавливается связь между мощностью и скоростью равномерного движения?

<u>Вопросы группы В</u>

1. Какова размерность работы в СИ?

2. Какое существует соотношение между килограммометром и Джоулем?

3. В каком случае работа является отрицательной?

4. Что называется работой в широком смысле этого слова?

5. Совершается ли работа при свободном падении тел?

6. Совершается ли работа в процессе вращения Земли вокруг Солнца?

7. Что называется мощностью?

№ вопроса	Ответы гр.А	№ вопроса	Ответы гр.В
	$A=FS\cos a$		1кГм
	…работа, которую совершает сила в 1 Н на пути в 1 м		Да, здесь совершается положительная работа ускоряющей силы

	Да, совершается		…если сила замедляет движение тела
	A=FS		Нм
	…работа, которую совершает сила в 1Н на пути в 1 м		…мера изменения энергии
	A = mgH		Дж
	…величина, измеряемая произведением пути на составляющую силы вдоль пути		Да, но сумма положительной и отрицательной работ в пределах одного периода равна нулю
	A=FSsin*a*		1кГм=9,8Дж
	Нет, не совершается		1Дж=9,8 кГм
	…величина, измеряемая произведением силы на пройденный путь		Нет, так как здесь движение происходит без сопротивления
	N=AV		…величина численно равная отношению работы ко времени, за которое она совершена
	N=A/t		…величина, измеряемая произведением совершенной работы на время работы

Коэффициент полезного действия.

Коэффициентом полезного действия (к. п. д.) **машины** называют отношение работы сил полезного сопротивления $A_п$ к работе движущих сил $A_Д$, т. е. $\eta = A_п / A_Д$ К. п. д. характеризует степень совершенства машины. Чем меньше работа сил вредного сопротивления $A_З$, тем выше к. п. д.

Коэффициентом полезного действия **механизма** называют отношение работы, отводимой от механизма, к работе, подводимой к нему. Подводимая работа является работой движущих сил, а отводимая — работой сил полезного сопротивления.

Так как мощность — это работа в единицу времени, то к. п. д. равен отношению мощности сил полезного сопротивления N_n к мощности движущих сил $A_д$, т. е. $\eta = N_п / N_Д$

Последовательное и параллельное соединения механизмов и машин.

Механизмы и машины могут быть соединены между собой последовательно и параллельно.

Последовательным называют соединение, при котором полезное сопротивление предыдущего элемента является движущей силой для последующего. Коэффициент полезного действия машины (механизма), состоящей из последовательно соединенных элементов, равен произведению к. п. д. этих элементов: $\eta = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n$

Параллельным называют соединение, при котором полезные сопротивления и движущие силы составляющих элементов не зависят друг от друга. Пусть полная работа движущих сил распределяется между элементами следующим образом: $A_д = A_{д1} + A_{д2} + \dots + A_{дn}$

Тогда полная работа сил полезного сопротивления

$A_п = A_{д1}\eta_1 + A_{д2}\eta_2 + \dots + A_{дn}\eta_n$

и общий коэффициент полезного действия равен

$\eta_0 = \Sigma A_{дi}\eta_i / A_{дi}$

Теоремы динамики

1. Теорема об изменении количества движения материальной точки

Произведение массы точки m на скорость V, которой она обладает в данный момент, называют количеством движения материальной точки.

Произведение силы P на время Δt, в течение которого она действует, называют импульсом силы.

Теорема об изменении количества движения материальной точки при действии постоянных сил формулируется следующим образом: изменение количества движения материальной точки под действием постоянных сил равно импульсу силы за этот же промежуток времени, т. е. $mv_K - mv_0 = \Sigma P\ \Delta t$

Проектируя это векторное равенство на оси координат, получаем три скалярных равенства:

$$\begin{cases} mv_{Kx} - mv_{0x} = \Sigma X\ \Delta t \\ mv_{Ky} - mv_{0y} = \Sigma Y\ \Delta t \\ mv_{Kz} - mv_{0z} = \Sigma Z\ \Delta t \end{cases}$$

Количество движения и импульс силы в системе (СИ) имеют размерность: $[mv]=м*кг*сек^{-1}$

$[Pt]=Н\ сек=м*кг*сек^{-1}$

Если импульс сил $\Sigma P\ \Delta t$ за некоторый промежуток времени равен нулю, то скорость постоянна: $V_k= V_0=$ const

Если проекция импульса сил на какую-нибудь ось равна нулю

$\Sigma X\ \Delta t=0$, то проекция скорости на эту ось постоянна $V_{kx}V_{0x}=$ const

Методические указания к решению задач

При решении задач с применением закона об изменении количества движения материальной точки целесообразно придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать объект рассмотрения; принять его за материальную точку; изобразить точку в текущий момент времени; показать векторы скоростей в начальный и конечный моменты времени.

2. Приложить все активные (заданные) силы.

3. Отбросить связи, заменив их реакциями. При этом никаких сил инерции добавлять не нужно.

4. Выбрать систему координат.

5. Составить теорему об изменении количества движения в проекциях на оси координат.

6. Выразить все члены, входящие в эти уравнения через известные и искомые величины.

7. Решить эти уравнения относительно искомых.

Тест №16 Импульс силы. Количество движения

Для каждого вопроса указать правильный ответ

1. Что называется импульсом силы?
2. Что называется количеством движения?
3. Какой величиной является импульс силы: векторной или скалярной?
4. Какой величиной является количество движения: векторной или скалярной?
5. Какова размерность импульса силы в СИ?
6. Какова размерность количества движения в СИ?
7. Какое имеется соотношение между импульсом силы и изменением количества движения?
8. В чем состоит закон сохранения количества движения?

№ вопроса	Ответы
	…равен изменению количества движения, которое происходит в направлении действия силы
	…скалярной
	…векторной
	…величина, измеряемая произведением силы на время ее действия
	При взаимодействии любого числа тел. Составляющих замкнутую систему, общая сумма их количества движения остается неизменной
	Н/с
	…величина, измеряемая произведением массы тела на скорость его движения
	Сумма количества движения данных тел остается постоянной независимо от действия внешних сил
	…изменению кинетической энергии тела, происходящему в результате действия на это тело данной силы

2. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки

Половину произведения массы точки на квадрат ее скорости называют **кинетической энергией** этой материальной точки в данный момент времени.

Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки формулируется следующим образом: **изменение кинетической энергии материальной точки за некоторый промежуток времени равно сумме работ приложенных к ней сил на соответствующем перемещении, т.е.**

$$m\frac{V^2}{2} - m\frac{V_0^2}{2} = \Sigma A$$

Если ΣA >0 (работа движущих сил больше работы сил сопротивления), то скорость точки увеличивается $\mathbf{V_к > V_0}$

Если ΣA =0 (работа движущих сил равна работе сил сопротивления), то скорость точки не изменяется $\mathbf{V_к = V_0 = const}$

Если ΣA >0 (работа движущих сил меньше работы сил сопротивления), то скорость точки уменьшается $\mathbf{V_к < V_0}$

Кинетическая энергия – скалярная величина в отличие от импульса сил и количества движения, являющихся векторами.

Методические указания к решению задач

При решении задач необходимо придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать объект рассмотрения, принять его за материальную точку, изобразить ее в текущий момент времени.

2. Приложить активные (заданные) силы.

3. Отбросить связи, заменив их реакциями.

4. Составить теорему об изменении кинетической энергии для определенного промежутка времени (отрезка пути).

5. Выразить кинетическую энергию в начальный и конечный моменты времени и работу всех сил, приложенных к точке, через заданные и искомую величины.

5. Решить полученное уравнение относительно искомой величины.

Тест №17 Кинетическая и потенциальная энергия . Закон сохранения энергии при свободном падении.

Для каждого вопроса указать правильный ответ. Который может быть в группе А и группе В

1. Какая энергия называется кинетической?
2. Какой вид имеет формула кинетической энергии?

3. В каких единицах измеряется кинетическая энергия?

4. Какая энергия называется потенциальной?

5. Какой вид имеет формула потенциальной энергии?

6. В каких единицах измеряется потенциальная энергия?

7. В каких случаях может быть использована формула $FS=mV^2/2$?

8. В каких случаях может быть использована формула $FS=m(V^2)/2 - (mV_0^2)/2$?

9. При свободном падении тело в некоторой точке имеет общее количество кинетической и потенциальной энергии, равное 100Дж. Чему была равна первоначальная энергия этого тела?

10. Какую максимальную кинетическую энергию может приобрести тело по условиям предыдущей задачи?

№ вопроса	Ответы гр.А	№ вопроса	Ответы гр.В
	…в тех же единицах, что и работа		…в тех же единицах, что и мощность
	…энергия, зависящая от взаимного расположения тел или частей тела		…энергия, обусловленная механическим движением тел
	$…=mH$		$…=mgH$
	$…=mV^2/2$		$…=mV/2$
	…когда кинетическая энергия полностью расходуется на совершаемую работу		…когда работа совершается за счет частичного изменения кинетической энергии тела
	100Дж		200Дж
	0		…энергия падающего тела
	…энергия тела, поднятого над Землей		…когда тело при движении испытывает сопро-

			тивление.

Связь между теоремами, принципом Даламбера и основным уравнением динамики материальной точки

Основное уравнение динамики точки, движущейся прямолинейно под действием постоянной силы P, имеет вид m*a* = P

Учитывая, что m*a* = — $P_и$, получаем математическое выражение принципа Даламбера для материальной точки:

P + $P_и$=0.

Если материальная точка движется равноускоренно и за время Δt увеличивает скорость с v_0 до v_k, то $a = \frac{V - V_0}{\Delta t}$

Тогда основное уравнение динамики можно записать в виде

$m\frac{V - V_0}{\Delta t} = P$ или $mv_k - mv_0 = P\,\Delta t$

Это равенство выражает теорему об изменении количества движения материальной точки, движущейся прямолинейно под действием постоянной силы.

Если материальная точка, двигаясь равноускоренно, прошла путь s, то

$a = \frac{V^2 - V_0^2}{2S}$

Тогда основное уравнение динамики примет вид

$P = m\frac{V^2 - V_0^2}{2S}$ или $m\frac{V^2}{2} - m\frac{V_0^2}{2} = \Sigma A = PS$

Это равенство представляет математическое выражение теоремы об изменении кинетической энергии материальной точки, движущейся под действием постоянной силы.

Все теоремы динамики представляют собой результат математических преобразований второго закона Ньютона для материальной точки.

Основное уравнение, принцип Даламбера и теоремы динамики материальной точки одинаково применимы для решения любой задачи, но каждое из них позволяет рассмотреть одно и то же движение с разных точек зрения.

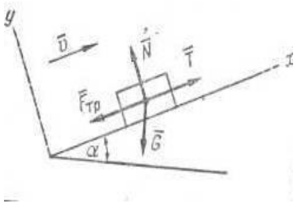
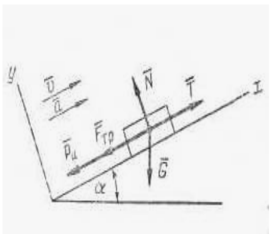
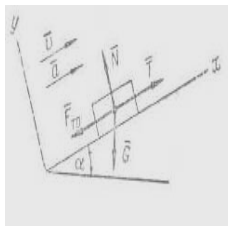
Основное уравнение динамики устанавливает зависимость ускорения точки от действующей на нее силы. Его применение выгодно, когда заданы силы и требуется найти ускорение точки.

Принцип Даламбера позволяет задачу динамики свести к задаче статики. Принцип Даламбера целесообразно применять для нахождений величин реакций, а также при рассмотрении движения механической системы материальных точек.

Теорема об изменении количества движения дает возможность определять изменение скорости точки как результат действия силы во времени, т.е. импульса. Эту теорему выгодно применять, когда заданы силы и продолжительность их действия.

Теорема об изменении кинетической энергии позволяет рассматривать движение с энергетической точки зрения. Ее применение целесообразно в тех случаях, когда удается подсчитать работу, совершенную силами, приложенными к материальной точке.

Четыре способа решения задачи динамики точки

Основное уравнение движения твердого тела	**Принцип Даламбера**	**Теорема об изменении количества движения**	**Теорема об изменении кинетической энергии**
			

$m\alpha_x = \Sigma X = T - F_{тр} - G \sin \alpha$ $m\alpha_y = \Sigma Y = N - G \cos \alpha$ проекции ускорения: $\alpha_x = \alpha = (V^2 - V_0{}^2)/2S$; $\alpha_y = 0$ $N = G \cos \alpha$; $F_{тр} = fN = f\, G \cos\alpha$ Подставив α_x, $m = G/g$ и $F_{тр}$, получим $G\,(V^2 - V_0{}^2)/2S\,g =$ $= T - f\, G \cos\alpha - G \sin \alpha$, откуда $T = G((V^2 - V_0{}^2)/2gS +$ $+ f \cos\alpha + \sin \alpha)$	$\Sigma X = 0$; $T - F_{тр} - G \sin \alpha - P_и = 0$ $\Sigma Y = 0$; $N - G \cos \alpha = 0$ Силы инерции: $P_и = m\alpha_x = G\,(V^2 - V_0{}^2)/2S\,g$ Из второго уравнения: $N = G \cos \alpha$, подставив $P_и$, $F_{тр} = fN = f\, G \cos\alpha$, получим $T - f\, G \cos\alpha - G \sin \alpha - G\,(V^2 - V_0{}^2)/2S\,g = 0$, откуда $T = G((V^2 - V_0{}^2)/2gS +$ $+ f \cos\alpha + \sin \alpha)$	$(mv_1)_x - (mv_0)_x = \Sigma X\, \Delta t =$ $(T - F_{тр} - G \sin \alpha)\, \Delta t$ $(mv_1)_y - (mv_0)_y = \Sigma Y\, \Delta t =$ $(N - G \cos \alpha)\, \Delta t$ Имеем $\Delta t = 2S/(V_1 + V_0)$ и $V_{1y} = V_{0y} = 0$ Из второго ур-ия имеем: $N = G \cos \alpha$ и $F_{тр} = fN = f\, G \cos\alpha$, подставив Δt, $m = G/g$ и $F_{тр}$, в первое, получим $G(V_1 - V_0)/g =$ $= (T - F_{тр} - G \sin \alpha) * 2S/(V_1 + V_0)$, откуда $T = G((V^2 - V_0{}^2)/2gS +$ $+ f \cos\alpha + \sin \alpha)$	$mv_1{}^2/2 - mv_0{}^2/2 = A =$ $= (T - F_{тр} - G \sin \alpha)S$ сила трения $F_{тр} = f\, G \cos\alpha$. Подставив $F_{тр}$ и $m = G/g$, получим $G(V^2 - V_0{}^2)/g =$ $= (T - f\, G \cos\alpha - G \sin \alpha)S$, откуда $T = G((V^2 - V_0{}^2)/2gS +$ $+ f \cos\alpha + \sin \alpha)$

Тест №18 Работа. Мощность. Энергия.

Для каждого вопроса указать правильные ответы из варианта А и варианта В

1. При каких условиях совершается механическая работа?
2. Что называется механической работой?
3. Когда работа считается отрицательной?
4. Что принимается за единицу работы в СИ. Дайте определение и укажите размерность.
5. Что называется мощностью?

6. Что принимается за единицу мощности в СИ. Дайте определение и укажите размерность.

7. Что называется потенциальной энергией тела, поднятого над Землей?

8. Что называется кинетической энергией тела?

9. В чем состоит закон сохранения энергии в механических явлениях?

№ вопр.	Вариант А	№ вопр.	Вариант В
	кгм^2/с^3		кГм
	…процесс перемещения тела при действии на него силы		Кгм^2/с^2
	…работа, совершаемая силой в 1Н на пути 1 м		…энергия, зависящая от положения тел относительно друг друга
	…величина, равная отношению работы ко времени, в течение которого эта работа была совершена		Энергия никогда не исчезает бесследно и никогда не возникает из ничего
	…работа, совершаемая силой в 1 кГ на пути в 1 м		…величина, характеризующая быстроту выполнения работы
	…величина, измеряемая работой, которую способно совершить тело при полной потере скорости		…когда тело при движении испытывает сопротивление или движется без трения, но с изменением скорости
	Движение не создается и не уничтожается, а лишь меняет свою форму или передается от одного тела к другому		…величина, измеряемая произведением силы на путь, пройденный телом в направлении дейсвия силы
	…величина, измеряемая работой, совершаемой при подъеме тела на данную высоту		…мощность такого двигателя, который за каждую секунду совершает работу в 1 Дж

	…если в результате ее свершения скорость движения тела уменьшается		…энергия тела, обусловленная его механическим движением
	…когда тело перемещается под действием приложенной к нему силы		…величина, измеряемая произведением силы на время ее действия

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела. Две задачи динамики вращательного движения

Момент инерции твердого тела.

Моментом инерции I_z твердого тела относительно некоторой оси z называют сумму произведений массы каждой точки тела на квадрат расстояния ее до оси вращения, т. е. $I_z = \Sigma\, m_i r_i^2$

Квадратный корень из отношения момента инерции тела к его массе называют радиусом инерции $r_i = \sqrt{\frac{I_z}{M}}$. Откуда $I_z = M r_i^2$

Момент инерции имеет размерность в СИ: [кгм^2]

Моменты инерции различных тел приведены в таблицах.

Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела.

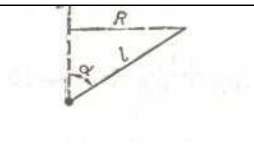
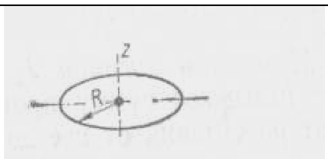
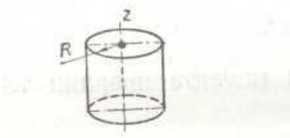
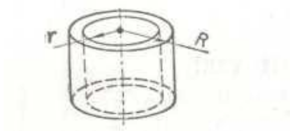
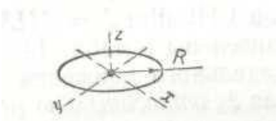
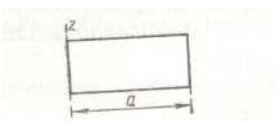
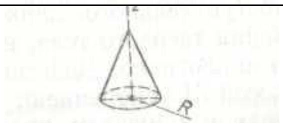
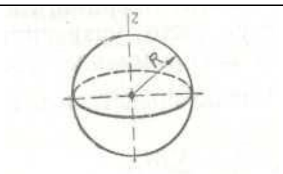
Произведение момента инерции тела Iz относительно некоторой оси z на угловое ускорение ε равно алгебраической сумме моментов всех внешних сил ΣM_z , действующих на тело относительно этой же оси,

т. е. $I_z\, \varepsilon = \Sigma M_z$

Равенство называют основным уравнением вращательного движения твердого тела.

Моменты инерций однородных тел

	Идеально тонкий стержень

	$I_z = MR^2/3 = \frac{1}{3}Ml^2 \sin^2\alpha$, где M- масса стержня
	Идеально тонкая окружность $I_z = MR^2$
	Прямой круглый цилиндр $I_z = MR^2/2$
	Полый цилиндр $I_z = M (R^2 – r^2) / 2$
	Сплошной диск $I_x = I_y = MR^2/4$; $I_z = MR^2/2$
	Сплошной четырехугольник $I_z = \frac{1}{3}M\alpha$
	Прямой круглый конус $I_z = 3/10\ MR^2$ Боковая поверхность конуса: $I_z = MR^2/2$
	Шар $I_z = 2/5\ MR^2$ Поверхность шара: $I_z = 2\ MR^2/3$

Две задачи динамики вращательного движения

Первая основная задача. По заданному закону вращательного движения твердого тела $\varphi = f(t)$ вокруг неподвижной оси z и моменту инерции тела I_z относительно этой оси найти момент равнодействующей силы M_z, вызывающей это вращение. Эта задача по существу сводится к нахождению углового ускорения ε рассматриваемого тела. Подставив найденные ε и I_z в уравнение $I_z\ \varepsilon = \Sigma M_z$, определяют искомый момент равнодействующей силы M_z.

Вторая основная задача. По заданным силам ΣP (моментам сил ΣM_z) и моменту инерции твердого тела I_z относительно неподвижной оси z найти закон вращения тела φ = f(t) вокруг этой оси

В общем случае при действии моментов сил, зависящих от времени, угловой скорости или угла поворота, вторую задачу динамики необходимо решать путем интегрирования дифференциального уравнения вращательного движения.

Методические указания к решению задач

1. Изобразить тело, вращение которого рассматривается
2. Приложить все активные силы и моменты , действующие на тело.
3. Освободить тело от связей, заменить их реакциями.
4. Составить уравнение вращательного движения.
5. Выразить все величины, входящие в это уравнение, через заданные и искомую.
6. Решить полученное уравнение относительно искомой величины.

Теорема об изменении кинетической энергии вращающегося тела

Половину произведения момента инерции тела I_z относительно некоторой неподвижной оси z на квадрат угловой скорости называют **кинетической энергией тела** во вращательном движении в данный момент времени.

Изменение кинетической энергии при вращении твердого тела вокруг неподвижной оси z за некоторый промежуток времени равно работе моментов сил, приложенных к телу, на соответствующем перемещении т.е. $\frac{I_z\omega^2}{2} - \frac{I_z\omega_0^2}{2} = \Sigma A$

При вращательном движении работу силы можно представить как произведение момента силы на угловой перемещение. Тогда, если на тело действуют силы, создающие постоянные моменты, $\frac{I_z\omega^2}{2} - \frac{I_z\omega_0^2}{2} = \Sigma M_z \Delta\varphi$

Методические указания к решению задач.

При решении задач с применение теоремы об изменении кинетической энергии твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, необходимо придерживаться следующего порядка:

1. Изобразить тело, вращение которого рассматривается
2. Приложить все активные силы и моменты, действующие на тело.

3. Освободить тело от связей, заменив их реакциями

4. Составить уравнение изменения кинетической энергии вращающегося тела

5. Выразить кинетическую энергию в начальный и конечный момент времени, а также работу моментов сил, приложенных к телу и искомую величины.

6. Решить полученное уравнение относительно неизвестной.

Решить задачи по вариантам.

Вариант 1.

1. Тело массой 300 кг равномерно передвинуто по горизонтальной плоскости силой 6000 Н, составляющей угол 30^0 с горизонталью, на расстояние 12 м за время 60 с. Определить работу силы и развиваемую мощность, если коэффициент трения равен 0,25.

2. При вращении шкива станка с помощью ременной передачи натяжение ветвей ремня 7 кН и 3,5 кН. Определить работу вращающего момента, приложенного к шкиву, за 8000 об. Какова мощность электродвигателя, если к.п.д. станка равен 0,79; работа продолжалась 30мин и диаметр шкива 110 мм.

Вариант 2.

1. Груз массой 400 кг силой, параллельной наклонной плоскости с углом подъема 30^0, поднят на высоту 1,3 м . Определить работу, если коэффициент трения равен 0,25 .

2. При вращении шкива станка с помощью ременной передачи натяжение ветвей ремня 7 кН и 3,5 кН. Определить работу вращающего момента, приложенного к шкиву, за 8000 об. Какова мощность электродвигателя, если к.п.д. станка равен 0,79; работа продолжалась 25 мин и диаметр шкива 120 мм.

Вариант 3.

1.Обработка плоскости детали ведется на шлифовальном станке с окружной скоростью 24м/с. Двигатель станка развивает мощность 12 кВт. Определить сопротивление снимаемой стружки, если к.п.д. станка равен 0,78.

2.Определить мощность двигателя токарного станка, если при обработке вала диаметром 130мм с частотой вращения 290 об/мин усилие на резце, направленное по касательной, равно 8000 Н, а к.п.д. станка равен 0,78

Вариант 4.

1.Тело массой 500 кг равномерно передвинуто по горизонтальной плоскости силой 8000 Н, составляющей угол 30^0 с горизонталью, на расстояние 13 м за время 60 с. Определить работу силы и развиваемую мощность, если коэффициент трения равен 0,3.

2. Зубчатое колесо диаметром 130 мм передает окружное усилие8000Н, вращаясь с постоянным числом оборотов 270 об/мин. Определить работу и мощность, если колесо вращалось 8000 оборотов

Вариант 5.

1. Груз массой 600 кг силой, параллельной наклонной плоскости с углом подъема 30^0 , поднят на высоту 1,5 м . Определить работу, если коэффициент трения равен 0,4.

2. При вращении шкива станка с помощью ременной передачи натяжение ветвей ремня 4 кН и 2 кН. Определить работу вращающего момента, приложенного к шкиву, за 5000 об. Какова мощность электродвигателя, если к.п.д. станка равен 0,8; работа продолжалась 22 мин и диаметр шкива 140 мм.

Вариант 6.

1. Обработка плоскости детали ведется на шлифовальном станке с окружной скоростью 24м/с. Двигатель станка развивает мощность 7 кВт. Определить сопротивление снимаемой стружки, если к.п.д. станка равен 0, 8.

2. Зубчатое колесо диаметром 100 мм передает окружное усилие 8000Н, вращаясь с постоянным числом оборотов 270 об/мин. Определить работу и мощность, если колесо вращалось 9000 оборотов

Вариант 7.

1. Тело массой 700 кг равномерно передвинуто по горизонтальной плоскости силой 7000 Н, составляющей угол 30^0 с горизонталью, на расстояние 15 м за время 80 с. Определить работу силы и развиваемую мощность, если коэффициент трения равен 0,4.

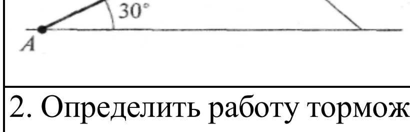
2. Определить мощность двигателя токарного станка, если при обработке вала диаметром 150мм с частотой вращения 280 об/мин усилие на резце, направленное по касательной, равно 7000 Н, а к.п.д. станка равен 0,78.

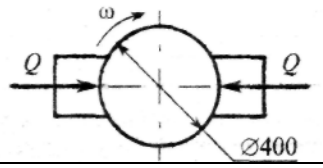
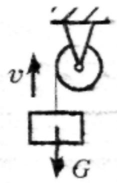
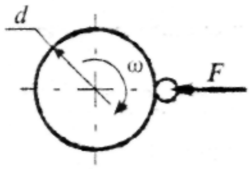
Вариант 8.

1. Груз массой 200 кг силой, параллельной наклонной плоскости с углом подъема 30^0 , поднят на высоту 1,1 м . Определить работу, если коэффициент трения равен 0,15 .

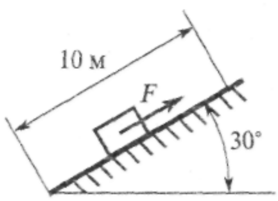
2. Зубчатое колесо диаметром 100 мм передает окружное усилие 5000Н, вращаясь с постоянным числом оборотов 300 об/мин. Определить работу и мощность, если колесо вращалось 9000 оборотов.

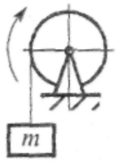
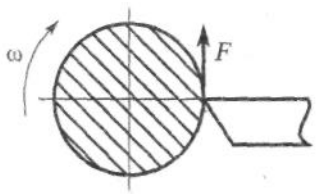
Тест № 19 Работа и мощность вариант 1

Вопросы	Ответы	Код
1. Определить работу силы тяжести при перемещении груза из положения *А* в положение *В* по наклонной плоскости *АБВ.* Трением пренебречь *АБ* = 2 м £5=1 м G=1G0H 	30 Дж	1
	-30 Дж	2
	100 Дж	3
	-130 Дж	4
2. Определить работу торможения за один оборот колеса, если коэффициент трения между тормозными колодками и колесом f= 0,1. Сила прижатия колодок	- 6,2 Дж	1
	- 12,6 Дж	2

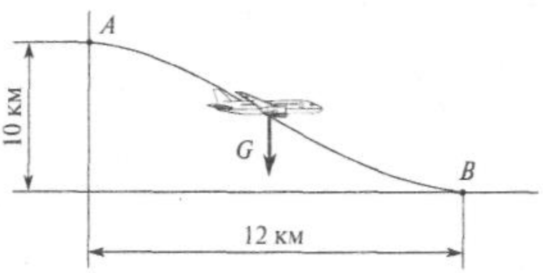
Q = 100 Н 	25 Дж	3
	- 18,4 Дж	4
3. Определить полезную мощность мотора лебедки при подъеме груза G = 1 кН на высоту 10 м за 5 с 	1 кВт	1
	1,5 кВт	2
	2 кВт	3
	2,5 кВт	4
4. Точильный камень d= 0,4 м делает n = 120 об/мин. Обрабатываемая деталь прижимается силой F= 10 Н. Какая мощность затрачивается на шлифование, если коэффициент трения колеса о деталь f= 0,25? 	6,2 Вт	1
	12,5 Вт	2
	24,9 Вт	3
	62,4 Вт	4
5. Вычислить КПД механизма лебедки по условию вопроса 3, если известна мощность электродвигателя лебедки P= 2,5 кВт	0,5	1
	0,75	2
	0,8	3
	0,9	4

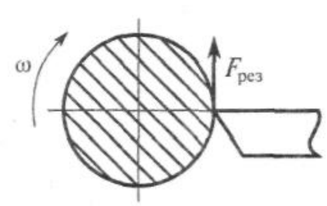
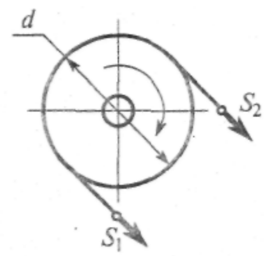
Тест №19 ДИНАМИКА Работа и мощность вариант 2

Вопросы	Ответы	Код
1. Какую работу совершит сила F, если тело равномерно переместить на 10 м вверх по наклонной плоскости? Трением пренебречь, сила тяжести тела 1820 Н 	0,788 кДж	1
	1,58 кДж	2
	9,1 кДж	3
	18,1 кДж	4
2. Определить работу пары сил, приводящей в движение барабан лебедки, при повороте его на 360°. Момент пары	27 кДж	1

сил 150 Нм 	54 кДж	2
	471 кДж	3
	942 кДж	4
3. Поезд весом 3000 кН идет со скоростью 36 км/ч. Сила сопротивления движению составляет 0,005 веса поезда. Определить полезную мощность тепловоза. Движение прямолинейное по горизонтальному пути	108 кВт	1
	150 кВт	2
	301,5 кВт	3
	540 кВт	4
4. Токарный станок приводится в движение электродвигателем. Диаметр обрабатываемой детали 200 мм, частота вращения n = 42 об/мин, сила резания F=2кН. Определить полезную мощность станка. 	0,87 кВт	1
	1,74 кВт	2
	7,4 кВт	3
	16,8 кВт	4
5. Лебедкой поднимается груз массой 162 кг со скоростью 0,5 м/с. Мощность двигателя лебедки 1 кВт. Определить общий КПД механизма (см. рисунок к вопросу 2)	0,07	1
	0,205	2
	0,657	3
	0,795	4

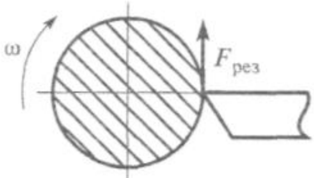
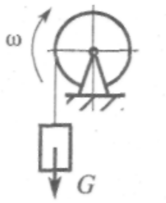
Тест №19 ДИНАМИКА Работа и мощность вариант 3

Вопросы	**Ответы**	**Код**
1. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определить работу силы тяжести при планировании самолета m = 1200 кг из точки A в точку B 	117,7 Мдж	1
	- 141,3 Мдж	2
	183 Мдж	3
	- 118 Мдж	4

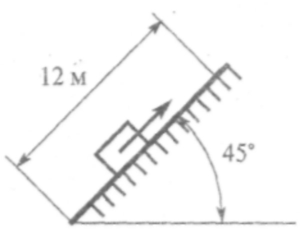
2. Мощность токарного станка 2 кВт, частота вращения детали 180 об/мин. Определить работу силы резания за 3 оборота детали 	0,03 кДж	1
	2 кДж	2
	18 кДж	3
	120 кДж	4
3. Поезд идет со скоростью 36 км/ч. Полезная мощность тепловоза 200 кВт, сила сопротивления движению составляет 0,005 от веса состава. Определить общий вес всего состава	1111 кН	1
	2000 кН	2
	3101 кН	3
	4000 кН	4
4. Натяжение ветвей ременной передачи $S_1=2S_2$ =500 Н, диаметр шкива 80 см, частота вращения вала 190 об/мин. Определить мощность передачи. 	197,6 Вт	1
	1988 Вт	2
	3943 Вт	3
	7904 Вт	4
5. Определить общий КПД механизма, если мощность на выходном валу двигателя Р= 32 кВт при скорости 18 км/ч и общей силе сопротивления движению 5 кН	0, 36	1
	0,	2
	0,84	3
	1,28	4

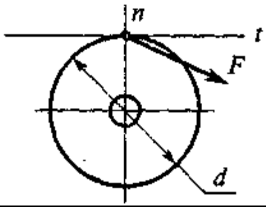
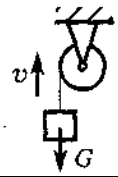
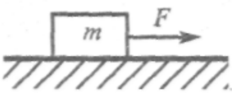
Тест №19 ДИНАМИКА Работа и мощность вариант 4

Вопросы	**Ответы**	Код
1. Вагонетка массой 500 кг катится равномерно по рельсам и проходит расстояние 25 метров. Чему равна работа силы тяжести? Движение прямолинейное по горизонтальному пути	122,6 кДж	1
	-122,6 кДж	2
	-12,5 кДж	3
	0	4
2. Определить работу силы резания при обточке детали диаметром 200 мм.	60 кДж	1

Деталь обрабатывается на токарном станке при $F_{рез}$ = 1 кН и n = 300 об/мин за 2 мин 	377 кДж	2
	90кДж	
	600 кДж	4
3. Определить силу сопротивления воды корпусу теплохода при движении со скоростью 18 км/ч. Мощность двигателя 450 кВт, КПД силовой установки 0,4	10 кН	1
	25 кН	2
	36 кН	3
	90 кН	4
4. Вычислить вращающий момент на валу электродвигателя при заданной мощности 7 кВт и угловой скорости 150 рад/с	5 Нм	1
	46,7 Нм	2
	78 Нм	3
	1080 Нм	4
5. Определить потребную мощность мотора лебедки для подъема груза весом 1 кН со скоростью 6,5 м/с. КПД механизма лебедки 0,823 	5,3 кВт	1
	6,5 кВт	2
	7,9 кВт	3
	9,7 кВт	4

Тест №19 ДИНАМИКА Работа и мощность вариант 5

Вопросы	Ответы	Код
1. Определить работу силы тяжести при подъеме груза массой 200 кг на расстояние 12 м по наклонной плоскости. Трением пренебречь 	-1,7 кДж	1
	-16,5 кДж	2
	2,4 кДж	3
	23,5 кДж	4

2. Выбрать подходящую формулу для расчета работы силы F, приложенной к ободу колеса, t - касательная в точке приложения, n - нормаль 	$F\frac{d}{2}\varphi$	1
	$F\frac{d}{2}\omega$	2
	$F_t\frac{d}{2}\varphi$	3
	$F_n\frac{d}{2}\varphi$	4
3. Определить потребную мощность мотора лебедки при подъеме груза G = 2,6 кН с постоянной скоростью 1,5 м/с. КПД механизма лебедки 0,8 	3,1 кВт	1
	3,9 кВт	2
	4,9 кВт	3
	5,2 кВт	4
4. Вычислить вращающий момент на выходном валу электродвигателя. Мощность электродвигателя 2 кВт, частота вращения вала 750 об/мин	2,6 Н м	1
	25,5 Нм	2
	156 НМ	3
	1500 НМ	4
5. Определить мощность на тяговом тросе при перемещении груза массой 10 кг по горизонтальной плоскости со скоростью 2 м/с. Коэффициент трения f= 0,22 	4,4 Вт	1
	9,6 Вт	2
	20 Вт	3
	43,2 Вт	4

Ответы к тесту № 19:

Вопросы	1	2	3	4	5
Вариант 1	2	3	3	1	3
Вариант 2	3	4	2	1	4
Вариант 3	1	2	4	2	2
Вариант 4	4	2	3	2	3
Вариант 5	2	3	3	2	4

Литература

1. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов. М. Высшая школа, 1989.
2. Аркуша А.И. Руководство к решению задач по теоретической механике: учебное пособие / А.И.Аркуша – М.: Высшая школа, 2002
3. Кузьмин
4. Мовнин М. С., Израэлит А. Б., Рубашкин А. Т. Основы технической механики. Л. Машиностроение, 1990.

5. Олофинская В.И. Техническая механика. Сборник тестовых заданий. Москва. Форум-инфра – М. 2002
6. В.А.Осадчий, А.М.Файн. Руководство к решению задач по теоретической механике. М. Высшая школа. - 1972
7. Сетков В. И. Сборник задач по технической механике. М. Академия, 2003.
8. Эрдеди А. А. и др. Техническая механика (ч. I, II). М. Высшая школа, 1992.